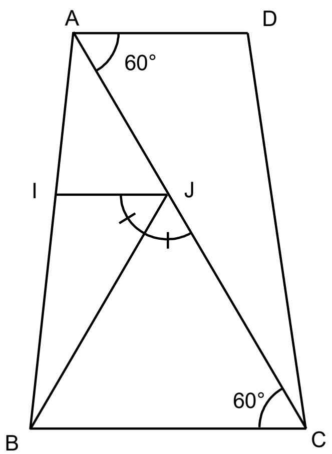
ANGLES : EXERCICE RÉDIGÉ 6.1

I) ÉNONCÉ

Dans la figure ci-dessous,
ABC est un triangle tel que $\widehat{ACB}=60°$.
Les points I et J appartiennent respectivement à $[AB]$ et $[AC]$ et sont tels que (IJ) est parallèle à (BC), et que $[JB)$ est la bissectrice de $\widehat{IJC}$.
D est un point tel que $\widehat{CAD}=60°$

1) Calculer $\widehat{AJI}$.
2) Calculer $\widehat{BJC}$.
3) Déterminer la nature du triangle BJC.
4) Montrer que ABCD est un trapèze.

(Remarque : Il n'est pas demandé de reproduire la figure)



II) RÉDACTION

Hypothèses :
ABC est un triangle tel que $\widehat{ACB}=60°$
$I \in [AB]$, $J \in [AC]$ et $(IJ) // (BC)$
$[JB)$ est la bissectrice de $\widehat{IJC}$.

1) Calcul de $\widehat{AJI}$

Par hypothèses, $(IJ) // (BC)$
et (AC) est sécante à ces deux droites
donc $\widehat{AJI}$ et $\widehat{ACB}$ sont correspondants.
Or deux droites parallèles forment avec une sécante des angles correspondants de même mesure
donc : $\widehat{AJI}=\widehat{ACB}$
Et comme, par hypothèses, $\widehat{ACB}=60°$
on a donc $\boxed{\widehat{AJI}=60°}$.

2) Calcul de $\widehat{BJC}$

Par hypothèses, $J \in [AC]$
donc $\widehat{AJI}$ et $\widehat{IJC}$ sont supplémentaires
donc $\widehat{AJI}+\widehat{IJC}=180$
or d'après 1), $\widehat{AJI}=60°$
donc $60+\widehat{IJC}=180$
donc $\widehat{IJC}=180-60$
donc $\widehat{IJC}=120°$
Or, par hypothèses, $[JB)$ est la bissectrice de $\widehat{IJC}$
donc $\widehat{BJC}=\dfrac{\widehat{IJC}}{2}=\dfrac{120}{2}$
donc $\boxed{\widehat{BJC}=60°}$

3) Nature de BJC

Dans le triangle BJC, on a :
- D'après ce qui précède, $\widehat{BJC}=60°$
- Par hypothèses $\widehat{ACB}=60°$ donc $\widehat{JCB}=60°$

Or un triangle qui a deux angles de même mesure est isocèle
donc le triangle BJC est isocèle en B
De plus, un triangle isocèle qui a un angle de 60° est équilatéral
donc $\boxed{BJC \text{ est un triangle équilatéral}}$.

4) Montrer que $ABCD$ est un trapèze

(AC) est sécante à (AD) et (BC),
donc $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAD}$ sont alternes-internes.
Or, par hypothèses, $\widehat{ACB}=60°$ et $\widehat{CAD}=60°$
Or deux droites formant avec une sécante des angles alternes-internes de même mesure sont parallèles
donc : $(AD) // (BC)$
donc $\boxed{ABCD \text{ est un trapèze de bases } [BC] \text{ et } [AD]}$