CALCUL LITTÉRAL

I) INTÉRÊT DU CALCUL LITTÉRAL

En mathématiques, il arrive fréquemment que l'on ait besoin de faire des calculs sur une expression comportant des lettres.
On parle alors de « calcul littéral ».

Exemple :
Un chocolatier veut faire des paquets de 200 g de chocolat contenant deux fois plus de chocolats noirs que de chocolats au lait. Un chocolat noir pèse 6,75 g alors qu'un chocolat au lait pèse 6,5 g.
Combien de chocolats noirs et au lait doit-il mettre dans ses paquets ?

Rédaction :
Appelons x le nombre de chocolats au lait dans un paquet :

- Le poids total des chocolats au lait est alors : $x\times6{,}5$
- Le nombre de chocolats noirs est : $2\times x$
- Le poids total des chocolats noirs est : $2\times x\times6{,}75$
- Additionnons les poids totaux des chocolats noirs et au lait :

$$\left.\begin{array}{l} 2\times x\times6{,}75+x\times6{,}5=200 \\ 13{,}5\times x+6{,}5\times x=200 \\ 20\times x=200 \\ x=10 \end{array}\right\} \text{Calcul littéral}$$

Dans chaque paquet, le chocolatier doit donc mettre 10 chocolats au lait et 20 chocolats noirs.

oral: p102: 1, 2, 3, 5, 6
p103: 7, 8(difficile), 10(difficile), 11
p108: 48, 49
p110: 67
p111: 73

II) SIMPLIFICATIONS D'ÉCRITURES

1) Le signe multiplié :

Ex : $3 \times a = a + a + a$
Il y a ici trois a, au lieu d'écrire $3 \times a$, on écrira donc le plus souvent 3 a

Règle :
Quand le signe × est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse, on peut se dispenser de l'écrire.

$3 \times a$ s'écrit $3\,a$
$a \times 3$ s'écrit $3\,a$
$a \times b$ s'écrit $a\,b$
$4 \times (a + 3)$ s'écrit $4\,(a + 3)$

2) Carré, cube d'un nombre

D'après ce qui précède, $a \times a$ devrait s'écrire a a.
En fait, on écrira a^2 et on dira "a au carré"
De même $a \times a \times a$ s'écrira a^3 et on dira "a au cube"

3) Réduire une expression littérale

Exemples :
$3 \times a + 2 \times a = 3\,a + 2\,a = (a + a + a) + (a + a) = 5\,a$
$7{,}5 \times x - 2{,}5 \times x = 7{,}5\,x - 2{,}5\,x = 5\,x$

III) DÉVELOPPER – FACTORISER

1) Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou la soustraction

a) Exemples :

Dans toutes les situations ci-dessous, écrivez le calcul demandé de deux manières différentes : d'abord comme une somme ou une différence sans parenthèses puis comme un produit avec des parenthèses.

- Une équipe de foot achète pour chacun des 15 joueurs une paire de chaussures à 40 euros et un maillot à 10 euros.
  Combien vont-ils dépenser ?

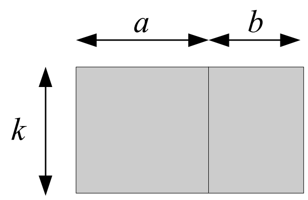
$A = 15\times40 + 15\times10$ $\qquad$ $A = 15\times(40 + 10)$

- Un magasin de vêtements fait une réduction de 1,50 euros sur tous ses articles. Éric achète 5 pantalons qui coûtaient 12 euros chacun avant la réduction. Combien va-t-il payer en tout ?

$B = 5\times12 - 5\times1,50$ $\qquad$ $B = 5\times(12 - 1,50)$

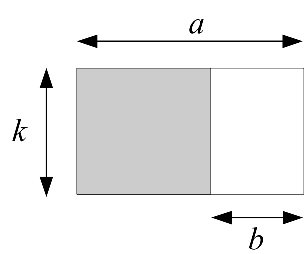
- Écrire en fonction de k, a et b l'aire de la surface grisée ci-dessous

$C = k\,a + k\,b$ $\qquad$ $C = k\,(a + b)$



- Écrire en fonction de k, a et b l'aire de la surface grisée ci-dessous

$D = k\,a - k\,b$ $\qquad$ $D = k\,(a - b)$



b) Cas général :

Propriété :

k, a et b étant 3 nombres quelconques :

$k\,a + k\,b$	$=$	$k\,(a + b)$
Somme ou différence		produit
$k\,a - k\,b$	$=$	$k\,(a - b)$

Ex:

$2\,(x - 3) = 2\,x - 2 \times 3$

$3\,a + a\,b = a\,(3 + b)$

2) Factoriser une expression

Définition :

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en produit.

Ex:

$A = 5\pi - \pi x$

$A = \pi(5 - x)$

$B = 12x + ax$

$B = x(12 + a)$

$C = 2x^2 - x + 3ax$

$C = x \times 2x - x \times 1 + x \times 3a$

$C = x(2x - 1 + 3a)$

3) Développer (et réduire) une expression

Définition :

Développer, c'est transformer un produit en somme ou en différence.

Ex:

$A = 2(a + b + c)$

$A = 2a + 2b + 2c$

$B = a(x - 1)$

$B = ax - a \times 1$ On développe l'expression

$B = ax - a$ On la réduit

$C = 3(x + 5) + 2(x - 1)$

$C = 3x + 3 \times 5 + 2x - 2 \times 1$ On développe l'expression

$C = 3x + 15 + 2x - 2$ On la réduit

$C = 5x + 13$

IV) ÉGALITÉS DANS DES EXPRESSIONS LITTÉRALES

1) Les deux emplois du signe égal

Attention, dans une expression littérale, le signe égal peut être utilisé dans deux cas bien distincts :

a) Égalités toujours vraies (Identités)

Ex : $8\,x + 2\,x = 10\,x$

Ici, les deux membres de l'égalité sont toujours égaux quelle que soit la valeur donnée à x.

b) Égalités parfois vraies (Équations)

Ex : $8\,x = 2\,x + 3$

Ici on a encore utilisé le signe égal alors que l'égalité n'est vraie que pour $x = 0{,}5$ et fausse pour les autres valeurs de x !

On dit alors que $8\,x = 2\,x + 3$ est une **équation** qui a pour **solution** 0,5.

oral: p106: 27, 30 + p107: 36, 38
utiliser contre exemple: p106: 31 + p110: 65

2) Tester si une égalité est vraie

Dans le cas d'une équation dont on ne sait pas trouver les solutions directement, on peut « tester » différentes valeurs de x.

Attention à la façon de rédiger !
a) On calcule le 1er membre
b) On calcule le 2nd membre
c) On compare les résultats

Ex 1 : Tester si l'égalité $4\,x = 2\,(x + 2)$ est vraie pour $x = 1$ puis $x = 2$.
<u>si $x = 1$</u>
D'une part : $4\,x = 4 \times 1 = 4$
D'autre part : $2\,(x + 2) = 2\,(1 + 2) = 2 \times 3 = 6$
L'égalité n'est donc pas vraie pour $x = 1$

<u>si $x = 2$</u>
D'une part : $4\,x = 4 \times 2 = 8$
D'autre part : $2\,(x + 2) = 2\,(2 + 2) = 2 \times 4 = 8$
L'égalité est donc vraie pour $x = 2$

Ex 2 : Tester l'égalité $4\,(2\,x^2 + 1) = 12$ pour $x = 1$ puis $x = 3$.
<u>si $x = 1$</u>
$4\,(2\,x^2 + 1) = 4\,(2 \times 1 \times 1 + 1)= 4\,(2 + 1)= 4 \times 3= 12$
L'égalité est donc vérifiée pour $x = 1$

<u>si $x = 3$</u>
$4\,(2\,x^2 + 1) = 4\,(2 \times 3 \times 3 + 1) = 4\,(18 + 1) = 4 \times 19= 76$
L'égalité n'est donc pas vérifiée pour $x = 3$

p106: 29
p107: 34, 35, 40
p109: 59, 60
p110: 63
p111: 69, 72

pb ouvert:
79 p113