

FRACTIONS

I) INTRODUCTION

1) Définition

On appelle « fraction » tout quotient d'**entiers** écrit sous forme fractionnaire et dont le dénominateur est non nul.

Ex : Les quotients ci-dessous sont-ils des fractions ?

$\frac{5}{3}$ Oui $\frac{2,5}{3}$ Non $\frac{2}{0}$ Non (n'est pas calculable)

2) Intérêt des fractions

- L'écriture décimale d'un quotient n'est pas toujours exacte.

Ex : $20 : 60 \approx 0,33333$ en revanche $20 : 60 = \frac{1}{3}$

- Avec un peu d'habitude, il est plus facile de faire des calculs avec des fractions qu'avec des décimaux.

Ex : $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ alors que $0,25 \times 0,25 = ??$

- Les fractions sont commodes pour désigner une partie d'un tout (Ex : les trois quarts du gâteau), mais ne s'y limitent pas (Ex : les neuf quarts du gâteau ?!).
- Pour toutes ces raisons, nous allons progressivement prendre l'habitude d'écrire toutes les divisions sous forme fractionnaire et tous les nombres décimaux sous forme de fractions !

p62: 2, 4

p68: 48, 55

p69: 56

pb concrets :

p63: 11

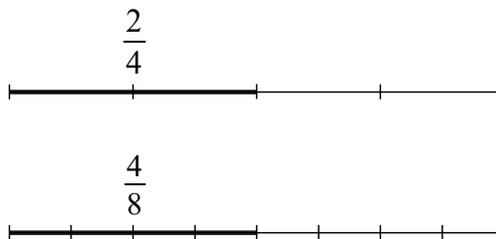
p70: 79

II) SIMPLIFIER UNE FRACTION

1) Propriété

La valeur d'une fraction ne change pas lorsque l'on multiplie (ou divise) son numérateur **et** son dénominateur par un **même** nombre **non nul**.

$$\text{Ex : } \frac{2}{4} = \frac{2 \times 2}{4 \times 2} = \frac{4}{8}$$



2) Définition

Simplifier une fraction, c'est la transformer en une fraction égale mais dont le numérateur et le dénominateur sont les plus petits possibles. Cette nouvelle fraction est dite **irréductible**.

$$\text{Ex 1 : Simplifier } \frac{30}{42}$$

$$\frac{30}{42} = \frac{2 \times 15}{2 \times 21} = \frac{15}{21} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{5}{7}$$

$$\text{Ex 2 : Simplifier } \frac{42}{14}$$

$$\frac{42}{14} = \frac{2 \times 21}{2 \times 7} = \frac{21}{7} = \frac{7 \times 3}{7 \times 1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{Ex 3 : Transformer } \frac{4}{6,4} \text{ en fraction}$$

$$\frac{4}{6,4} = \frac{4 \times 10}{6,4 \times 10} = \frac{40}{64} = \frac{8 \times 5}{8 \times 8} = \frac{5}{8}$$

par oral

p64: 18

p66: 31

p69: 60

p64: 19, 20, 21

p69: 57, 62, 63, 64

pb concrets

p63: 10

p65: 22, 23, 24

p71: 85 (scratch)

Attention : dans un exercice, si le résultat attendu est une fraction, vous devez toujours la simplifier.

3) Critères de divisibilité

Un nombre est divisible :

- par 2 s'il est pair.
- par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- par 4 si le nbre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- par 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5.
- par 6 s'il est divisible à la fois par 2 et par 3.
- par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- par 10 si son dernier chiffre est 0.

Ex : 180 est divisible :

- par 2 puisqu'il est pair.
- par 3 puisque la somme de ses chiffres est 9 qui est divisible par 3.
- par 4 puisque 80 est divisible par 4.
- par 5 puisque son dernier chiffre est 0.
- par 6 puisqu'il est divisible à la fois par 2 et par 3.
- par 9 puisque la somme de ses chiffres est 9 qui est divisible par 9.
- par 10 puisque son dernier chiffre est 0.

III) COMPARER DES FRACTIONS

1) Cas où elles ont le même dénominateur

Propriété :

Si des fractions ont le même dénominateur, elles sont rangées dans le même ordre que leurs numérateurs.

Ex : Ranger du plus petit au plus grand $\frac{11}{12}; \frac{1}{12}; \frac{41}{12}; \frac{7}{12}$

$$\frac{1}{12} < \frac{7}{12} < \frac{11}{12} < \frac{41}{12}$$

2) Cas où elles n'ont pas le même dénominateur

On les met alors « au même dénominateur » pour se ramener au cas précédent !

Ex : Ranger du plus petit au plus grand $\frac{11}{6}; \frac{3}{2}; \frac{5}{6}; \frac{17}{12}$

$$\frac{11}{6} = \frac{11 \times 2}{6 \times 2} = \frac{22}{12}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 6}{2 \times 6} = \frac{18}{12}$$

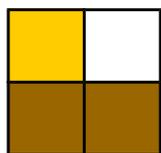
$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$$

or $\frac{10}{12} < \frac{17}{12} < \frac{18}{12} < \frac{22}{12}$

donc $\frac{5}{6} < \frac{17}{12} < \frac{3}{2} < \frac{11}{6}$

IV) ADDITIONNER, SOUSTRAIRE DES FRACTIONS

1) Exemple



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

2) Cas où elles ont le même dénominateur

Propriété :

Pour additionner ou soustraire des fractions qui ont le même dénominateur, on garde ce dénominateur commun et on ajoute ou on retranche les numérateurs.

$$\text{Ex : } \frac{41}{12} + \frac{7}{12} = \frac{48}{12} = \frac{4 \times 12}{1 \times 12} = 4$$

3) Cas où elles n'ont pas le même dénominateur

On les met alors « au même dénominateur » pour se ramener au cas précédent !

$$\text{Ex : } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

4) Méthode à suivre dans les exercices

Essayer de simplifier les fractions avant de les mettre au même dénominateur.

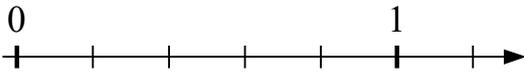
Ex :

$$A = \frac{12}{18} + \frac{90}{180} = \frac{12}{18} + \frac{9}{18} = \frac{4 \times 3}{6 \times 3} + \frac{3 \times 3}{6 \times 3} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

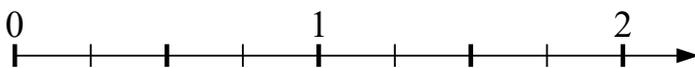
V) FRACTION D'UNE QUANTITÉ

1) Intuitivement

Calculons le triple de $\frac{2}{5}$:

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{2+2+2}{5} = \frac{3 \times 2}{5} \quad \left(= \frac{6}{5} = 1,2 \right)$$


Calculons les trois quarts de 2 :

$$\frac{3}{4} \times 2 = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3+3}{4} = \frac{3 \times 2}{4} \quad \left(= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5 \right)$$


2) Propriété

Prendre « $\frac{a}{b}$ de c », revient à calculer : $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$

3) Dans les exercices

Ex : J'ai mangé les quatre neuvièmes d'une tablette de chocolat. Sachant qu'elle contenait 18 carrés, combien de carrés ai-je mangé ?

Le nombre de carrés mangés est : $\frac{4}{9} \times 18 = \frac{4 \times 18}{9} = \frac{4 \times 2 \times 9}{9} = \frac{4 \times 2}{1} = 8$

J'ai donc mangé 8 carrés.

p62: 1, 7

scratch

p75: 4

pb concrets

p63: 8, 9

p68: 50, 53

p70: 74