

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 :

1. Calculons :

$$A = 3 \times [20 - (7 + 2 \times 5) + 8 - 4]$$

$$A = 3 \times [20 - (7 + 10) + 8 - 4]$$

$$A = 3 \times [20 - 17 + 8 - 4]$$

$$A = 3 \times [3 + 8 - 4]$$

$$A = 3 \times [11 - 4]$$

$$A = 3 \times 7$$

$$\underline{A = 21} \quad \text{2pts}$$

$$B = \frac{5}{7} - \frac{2}{9} \times \frac{15}{14} + \frac{8}{42}$$

$$B = \frac{5}{7} - \frac{2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 5} + \frac{4 \times 2}{2 \times 21}$$

$$B = \frac{5}{7} - \frac{5}{21} + \frac{4}{21}$$

$$B = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} - \frac{5}{21} + \frac{4}{21}$$

$$B = \frac{15 - 5 + 4}{21}$$

$$B = \frac{14}{21} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{2}{3} \quad \text{2 pts}$$

$$C = -15 + (3 - 6) - (-2 + 9)$$

$$C = -15 + (-3) + (-7)$$

$$C = -15 + (-10)$$

$$\underline{C = -25} \quad \text{2 pts}$$

2. Factorisons :

$$D = 3x + 3 \times 5 + 21y$$

$$D = 3 \times x + 3 \times 5 + 3 \times 7y$$

$$D = 3(x + 5 + 7y) \quad \text{1pt}$$

$$E = 5ab + 15a$$

$$E = 5a \times b + 3 \times 5a$$

$$\underline{E = 5a(b + 3)} \quad \text{1 pt}$$

3. a) Testons l'égalité $E = F$ pour $x = 1$:

Calculons séparément E et F pour $x = 1$:

$$F = 3(x + 4)$$

$$F = 3(1 + 4)$$

$$F = 3 \times 5$$

$$\underline{F = 15} \quad \text{1 pt}$$

$$G = 5(x + 1) - 2x + 7$$

$$G = 5(1 + 1) - 2 \times 1 + 7$$

$$G = 5 \times 2 - 2 + 7$$

$$G = 10 - 2 + 7$$

$$\underline{G = 15} \quad \text{1 pt}$$

Ainsi pour $x = 1$, $F = G$

b) Développons E et F :

$$F = 3(x + 4)$$

$$F = 3 \times x + 3 \times 4$$

$$\underline{F = 3x + 12} \quad \text{1,5 pts}$$

$$G = 5(x + 1) - 2x + 7$$

$$G = 5 \times x + 5 \times 1 - 2x + 7$$

$$G = 5x + 5 - 2x + 7$$

$$G = 5x - 2x + 5 + 7$$

$$\underline{G = 3x + 12} \quad \text{1,5 pts}$$

Ainsi, $F = G$ pour toutes les valeurs de x . 1 pt

Exercice 2 :

1. Calculons le nombre N d'étages d'un immeuble de la hauteur de l'airbus A380 :

$$N = \frac{25,6}{3,2} = \frac{256}{32} = \frac{32 \times 8}{32} = 8$$

Ainsi, l'airbus A380 a la même hauteur qu'un immeuble de 8 étages. 2 pts

2. a) Déterminons l'échelle E de la maquette :

$$E = \frac{\text{longueur sur la maquette}}{\text{longueur réelle}} \quad (\text{dans la même unité})$$

$$\text{Donc } E = \frac{40}{8000} = \frac{40}{40 \times 2 \times 100} = \frac{1}{200}$$

Ainsi, la maquette est à l'échelle 1/200. 2 pts

b) Déterminons la longueur L et la hauteur H de la maquette en cm :

Longueur sur la maquette (cm)	1	40	L	H
Longueur réelle (cm)	200	8 000	7 300	2 560

↻ ×200

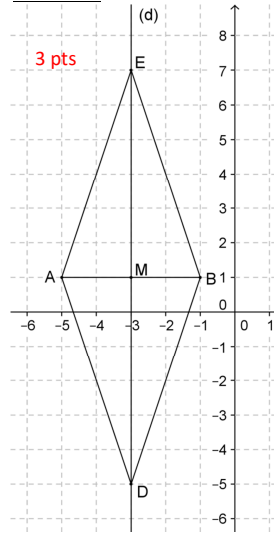
$$L = \frac{7300}{200} = \frac{73 \times 100}{2 \times 100} = \frac{73}{2} = 36,5$$

$$H = \frac{2560}{200} = \frac{2 \times 128 \times 10}{2 \times 10 \times 10} = 12,8$$

Ainsi, sur la maquette, la longueur de l'avion est de 36,5 cm et sa hauteur est de 12,8 cm. 3 pts

PARTIE GEOMETRIQUE :

Exercice 3 :



3 pts

2. Plaçons M.

M a pour coordonnées $(-3; 1)$.

1 pt

3. Démontrons que (d) est la médiatrice de [AB] :

Par hypothèses, (d) est perpendiculaire à la droite (AB),

M appartient à (AB) et M est le milieu du segment [AB].

Or, la droite qui coupe un segment perpendiculairement en son milieu est la médiatrice de ce segment.

Donc : (d) est la médiatrice de [AB].

2 pts

4. Donner l'abscisse de D :

L'abscisse de D est -3.

1 pt

5. Déterminons la nature de ABD :

Par hypothèses, D appartient à (d)

Et d'après 3), (d) est la médiatrice du segment [AB]

Or, si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors, il est équidistant des extrémités de ce segment.

Donc, $AD = AB$.

Ainsi, le triangle ABD est isocèle en D.

2 pts

6. Donnons les coordonnées de E :

$E(-3; 7)$

1 pt

7. Déterminons la nature de ADBE :

Par hypothèses, M est le milieu du segment [AB]

E est la symétrique de D par rapport à M donc, M est le milieu du segment [ED]

Or un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Donc ADBE est un parallélogramme.

De plus, d'après 5), $AD = DB$

Or un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même mesure est un losange.

Conclusion : ADBE est un losange.

3 pts

Exercice 4 :

Déterminons la mesure de l'angle \widehat{EBD} :

Par hypothèses, ABCD est un parallélogramme et $\widehat{BAD} = 130^\circ$

Or, dans un parallélogramme, deux angles consécutifs sont supplémentaires.

Donc, $\widehat{ABC} + \widehat{BAD} = 180$

Donc, $\widehat{ABC} = 180 - \widehat{BAD}$

Donc, $\widehat{ABC} = 180 - 130 = 50^\circ$

Or, E appartient à (AB) et O appartient à (BC) donc $\widehat{EBD} = 50^\circ$

2 pts

Déterminons la mesure de l'angle \widehat{BEO} :

Par hypothèses, EFGH est un parallélogramme et $\widehat{FGH} = 70^\circ$

Or, dans un parallélogramme, deux angles opposés sont de même mesure.

Donc, $\widehat{FEH} = \widehat{FGH} = 70^\circ$

Or, B appartient à (EF) et O appartient à (EH) donc $\widehat{BEO} = 70^\circ$

2 pts

Déterminons la mesure de l'angle \widehat{EOB} :

Dans le triangle EOB, on a donc $\widehat{EBO} = 50^\circ$ et $\widehat{BEO} = 70^\circ$

Or, la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

Donc, $\widehat{EBO} + \widehat{BEO} + \widehat{EOB} = 180$

D'où, $50 + 70 + \widehat{EOB} = 180$

D'où, $120 + \widehat{EOB} = 180$

D'où, $\widehat{EOB} = 180 - 120$

D'où, $\widehat{EOB} = 60^\circ$

Conclusion : \widehat{EOB} mesure 60° .

2 pts

Exercice bonus :

$$\widehat{BAC} = 38 + (180 - 144) = 38 + 36 = 74^\circ$$

2 pts

Correction du devoir commun de mathématiques du 2 juin 2014

Activités numériques :

Exercice I : Calculons :

$$A = -7,25 + 53,5 - 8,25 - 9,25 + 22,5$$

$$A = -7,25 - 8,25 - 9,25 + 53,5 + 22,5$$

$$A = -15,5 - 9,25 + 76$$

$$A = -24,75 + 76$$

$$\boxed{A = 51,25}$$

$$B = (7,6 - 9,6) - (-10,75 - 2,25)$$

$$B = (-2) + (+13)$$

$$B = -2 + 13$$

$$\boxed{B = 11}$$

Exercice II : Développons et réduisons C :

$$C = 2(4x - 15) + 7(3 - x)$$

$$C = 2 \times 4x - 2 \times 15 + 7 \times 3 - 7 \times x$$

$$C = 8x - 30 + 21 - 7x$$

$$\boxed{C = x - 9}$$

Exercice III : Calculons D avec $a = -1,3$; $b = 2,9$ et $c = -0,8$

$$D = -a - (c - b)$$

$$D = -(-1,3) - (-0,8 - 2,9)$$

$$D = 1,3 - (-3,7)$$

$$D = 1,3 + 3,7$$

$$\boxed{D = 5}$$

Exercice IV : Calculons :

$$E = \left(2 - \frac{2}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right)$$

$$E = \left(\frac{6}{3} - \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{3}{3} + \frac{1}{3}\right)$$

$$E = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$$

$$\boxed{E = \frac{16}{9}}$$

$$F = \frac{1}{2} \times \frac{30+5}{16+5} \times \frac{10+8}{12+8}$$

$$F = \frac{1}{2} \times \frac{35}{21} \times \frac{18}{20}$$

$$F = \frac{1 \times 7 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 7 \times 5 \times 2 \times 2}$$

$$\boxed{F = \frac{3}{4}}$$

$$G = \frac{7}{2} \times \frac{4}{25} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}$$

$$G = \frac{7 \times 2 \times 2}{2 \times 25} + \frac{3 \times 4}{5 \times 5}$$

$$G = \frac{14}{25} + \frac{12}{25}$$

$$\boxed{G = \frac{26}{25}}$$

Exercice V :

1) Calculons le pourcentage P de réussite de Mathis :

Nombre de réussites	8	P
Nombre de tentatives	20	100

$$P = 5 \times 8 = 40$$

Donc, le pourcentage de réussite de Mathis est de 40%.

2) Calculons le nombre T de tentatives de Julie :

Nombre de réussites	64	32
Nombre de tentatives	100	T

$$T = 100 / 2 = 50$$

Donc, Julie a fait 50 tentatives.

Exercice VI :

a) Déterminons la quantité d'eau Q utilisée par Axel en 3 min 06 s :

Quantité d'eau (L)	5	Q
Durée (s)	30	186

$$30 \text{ min } 6 \text{ s} = 3 \times 60 + 6 = 186 \text{ s}$$

$$Q = \frac{186}{6} = \frac{31 \times 6}{6} = 31$$

donc, Axel utilisera 31 L en 3 min 06 s.

b) Déterminons le temps nécessaire T à l'utilisation de 27 L d'eau :

Quantité d'eau (L)	5	27
Durée (s)	30	T

$$T = 27 \times 6 = 162 \text{ s} = (120 + 42) \text{ s} = 2 \text{ min } 42 \text{ s},$$

Donc, Axel utilisera 27 L en 2 min 42 s.

Activités géométriques :

Exercice VII :

Hypothèses :

EFGH est un parallélogramme et FIJ un triangle

$F \in (EJ)$, $F \in (CI)$, $\widehat{EHG} = 64^\circ$ et $\widehat{IJF} = 44^\circ$

Déterminons la mesure de l'angle \widehat{FIJ} :

On sait que : EFGH est un parallélogramme

$$\widehat{EHG} = 64^\circ$$

Or : Si un quadrilatère est un parallélogramme alors il a ses angles opposés de même mesure deux à deux.

Donc : $\widehat{EFG} = \widehat{EHG}$

D'où : $\widehat{EFG} = 64^\circ$

De plus, \widehat{EFG} et \widehat{IFJ} sont opposés par le sommet F.

Or : Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils sont de même mesure.

Donc : $\widehat{IFJ} = \widehat{EFG}$

D'où : $\widehat{IFJ} = 64^\circ$

De plus, dans le triangle FIJ, on sait que : $\widehat{FJI} = 44^\circ$ et $\widehat{IFJ} = 64^\circ$

Or : la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°

Donc : $\widehat{FJI} + \widehat{FJI} + \widehat{IFJ} = 180$

D'où : $\widehat{FIJ} = 180 - (\widehat{FJI} + \widehat{IFJ}) = 180 - (44 + 64) = 72$

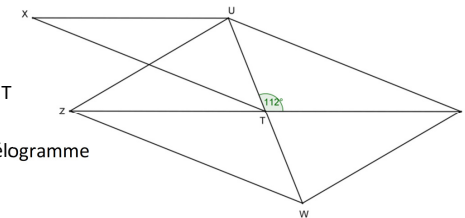
Conclusion : L'angle \widehat{FIJ} mesure 72° .

Exercice VIII :

Hypothèses :

UXTV est un parallélogramme tel que $\widehat{UTV} = 112^\circ$, $UT = 3,4\text{cm}$ et $TV = 6,7\text{cm}$.

W et Z sont les symétriques respectifs de U et V par rapport à T.



Nature de UVWZ :

Par hypothèse, W et Z sont les symétriques de U et V par rapport à T

Donc : le quadrilatère UVWZ admet T pour centre de symétrie

Or : Un quadrilatère qui admet un centre de symétrie est un parallélogramme

Conclusion : UVWZ est un parallélogramme.

Exercice IX :

Hypothèses :

MDRS est un quadrilatère non croisé

$RS = 5\text{cm}$, $\widehat{MRS} = 30^\circ$ et $\widehat{RSM} = 50^\circ$.

$\widehat{RMD} = 30^\circ$ et $MD = 5\text{cm}$.

Nature de MDRS :

(MR) est sécante aux deux droites (MD) et (SR) donc les angles \widehat{MRS} et \widehat{RMD} sont alternes-internes.

De plus, par hypothèse, on a : $\widehat{MRS} = 30^\circ = \widehat{RMD}$

Or : Deux droites formant avec une sécante des angles alternes-internes de même mesure sont parallèles.

Donc : (MD) // (SR)

De plus, on a par hypothèse : $MD = 5\text{cm} = RS$.

Donc, dans le quadrilatère MDRS, on a : (MD) // (SR) et $MD = RS$.

Or : Un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

Conclusion : MDRS est un parallélogramme.

I) Appelons x le nombre de jours qu'il faut à Margot pour manger 70 feuilles et y le nombre de feuilles qu'elle mange en 15 jours.

Faisons un tableau :

nombre de jours	12	x	15
nombre de feuilles de salade	5	70	y

③

1) Calculons x

On remarque que $70 = 5 \times 4$ donc $x = 12 \times 4 = 48$

Il faut à Margot 48 jours pour manger 70 feuilles ②

2) Calculons y

$$y = \frac{5 \times 15}{12} = \frac{5 \times 3 \times 5}{4 \times 3} = \frac{25}{4} = \frac{24}{4} + \frac{1}{4} = 6 + \frac{1}{4}$$

Margot mange 6 feuilles et un quart en 15 jours ②

II) Appelons p le prix initial du dimorphilum à bogas en €.

Nicolas a eu une réduction de 10% donc il a payé 90% du prix initial.

Faisons un tableau :

prix sans réduction €	100	p
prix avec réduction €	90	540

②

$$p = \frac{100 \times 540}{90} = \frac{100 \times 6 \times 9 \times 10}{9 \times 10} = 600$$

le prix initial étant 600 € ②

III) Appelons p le prix en € du pack sans la promotion. Puisque une bouteille est gratuite 4 bouteilles coûtent donc en tout normal 6 €.

Faisons un tableau :

nombre de bouteilles	4	5
prix sans promotion €	6	p

②

On remarque que $6 = 4 \times 1,5$

$$\text{donc } p = 5 \times 1,5 = 7,5$$

le pack coûte 7,5 € hors promotion ②

IV) Nombre de jours de travail restant par 10 wagons au moment de l'accident : $80 - 44 = 36$

Nombre de jour de travail restant par 1 wagon : $36 \times 10 = 360$

Nombre de jours de travail restant par 9 wagons : $\frac{360}{9} = \frac{9 \times 40}{9} = 40$

Il reste donc 40 jours de travail aux 9 wagons ⑤

I) Appelons x la masse de petits pois en kg que l'on peut congeler à partir de 360kg de petits pois bruts
 Appelons y la masse de petits pois en kg nécessaire pour congeler 148 kg de petits pois.

masse de petits pois bruts (kg)	120	360	y	②
masse de petits pois écorchés (kg)	37	x	148	②

1) Calcul de x

On remarque que : $360 = 120 \times 3$ donc $x = 37 \times 3 = 111$
 Avec 360 kg de petits pois non écorchés on peut donc obtenir **111kg** de petits pois à congeler. ③

2) Calcul de y

On remarque que : $148 = 37 + 111$ donc $y = 120 + 360 = 480$
 Pour parvenir à congeler 148 kg de petits pois il faut donc écorcher **480kg** de petits pois. ③

II) 1) Appelons x la distance en km parcourue par la première hirondelle
 On remarque que : $15h30 = 15,5h$

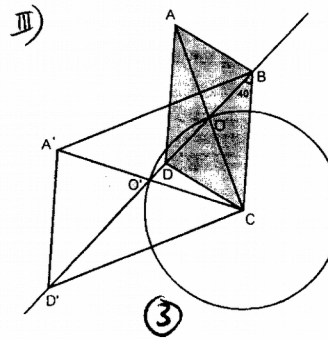
distance (km)	40	x	④ ($\times 40$)
temps (h)	1	15,5	

On a donc $x = 15,5 \times 40 = 620$
 la première hirondelle a donc parcouru **620 km** ⑤

2) Appelons y la durée en h du trajet de la deuxième hirondelle

distance (km)	30	620	④ ($\div 30$)
temps (h)	1	y	

On a donc $y = \frac{620}{30} = \frac{62}{3} = \frac{60}{3} + \frac{2}{3} = 20 + \frac{2}{3}$
 on deux tiers d'heure fait 40 minutes
 donc la deuxième hirondelle met **20 heures et 40 minutes** à faire le même trajet ⑤



Hypothèses : ABCD est un parallélogramme de centre O

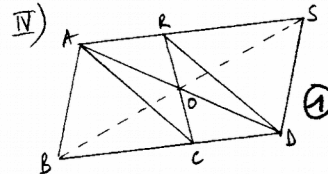
$AO = 7\text{cm}$

$AO = 5\text{cm}$

$\widehat{DBC} = 40^\circ$

Combien de possibilités ?

On remarque que le cercle de centre A et de diamètre 5cm coupe (BD) en deux points O et O'.
 Il y a donc **deux possibilités** par la construction ①



Hypothèses : ABC est un triangle

$D \in (BC)$ et $O \in [BC]$

① ARDC est un parallélogramme de centre O

$S \in (AR)$

$(SD) \parallel (AB)$

2) Partir que ASOB est un parallélogramme

Par ① ARDC est un parallélogramme
 or dans un parallélogramme les côtés opposés sont parallèles

donc $(AR) \parallel (CD)$

or par ② $S \in (AR)$ et $D \in (BC)$

donc $(AS) \parallel (BD)$

bilan : Dans le quadrilatère ASDB on a : $(AS) \parallel (BD)$ et par ① $(SD) \parallel (AB)$

or un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme
 donc **ASDB est un parallélogramme** ③

3) Partir que O est le milieu de [BS]

Par ① ARDC est un parallélogramme de centre O donc O est le milieu de [AD]

D'après 2) ASDB est un parallélogramme

or dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu

donc **O, le milieu de [AD], est aussi le milieu de [BS]** ⑤