TRIANGLES

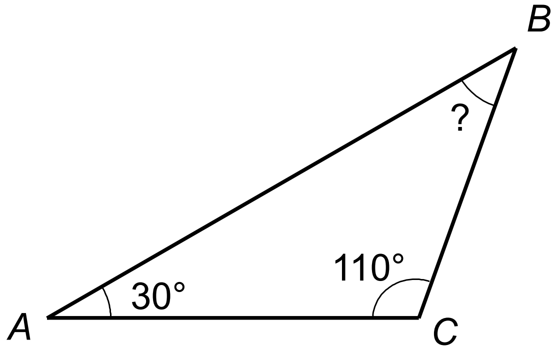
Faire au préalable l'activité 4 p183 à la maison

I) LES DEUX PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES

1) Somme des mesures des angles d'un triangle

Propriété :

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.



Ex : Déterminons l'angle $\widehat{ABC}$ ci-dessus :

Dans le triangle ABC, on a par hypothèse : $\widehat{BAC}=30°$ et $\widehat{ACB}=110°$

or, dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°

donc $\widehat{ABC}+\widehat{BAC}+\widehat{ACB}=180$

donc $\widehat{ABC}+30+110=180$

donc $\widehat{ABC}+140=180$

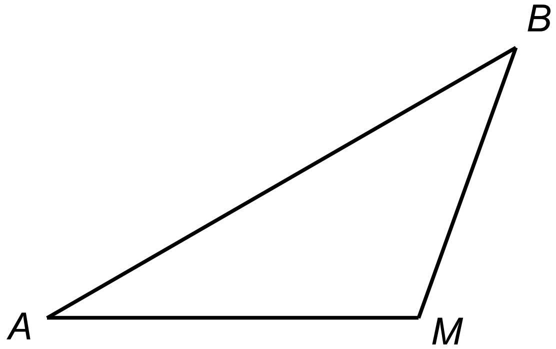
donc $\widehat{ABC}=40°$

oral p192: 44, 45
constructions p193: 59, 60

démonstrations
p192: 48, 51
p193: 54, 57

2) Inégalité triangulaire

Le chemin le plus court entre deux points A et B est la ligne droite.
Faire un détour par un 3ème point M ne peut qu'allonger le trajet.



Propriété :

Soient A, B et M trois points quelconques, on a : $AB \leqslant AM + MB$.

Remarques :

- Il y a égalité ($AB = AM + MC$) uniquement lorsque M appartient à $[AB]$
- Dans un triangle, le plus grand côté doit donc être plus petit que la somme des longueurs des deux autres.

oral p188: 15
constructions p186: 2

p188: 19, 20
p189: 21, 26
p196: 83, 87

II) CONSTRUIRE UN TRIANGLE

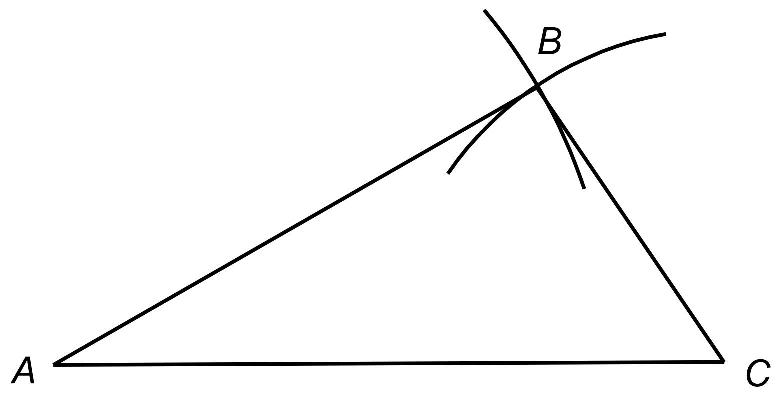
Dans les exemples ci-dessous, on précisera l'ordre de construction des points.

1) Connaissant les 3 côtés

Ex1 : Hypothèses : $AB = 5$cm ; $AC = 6$cm ; $BC = 3$cm

Ordre de construction :

- A
- C tel que : $AC = 6$cm
- B tel que : $AB = 5$cm et $BC = 3$cm



Ex2 : Hypothèses : $AB = 3$cm ; $BC = 4$cm ; $AC = 8$cm

Ordre de construction :

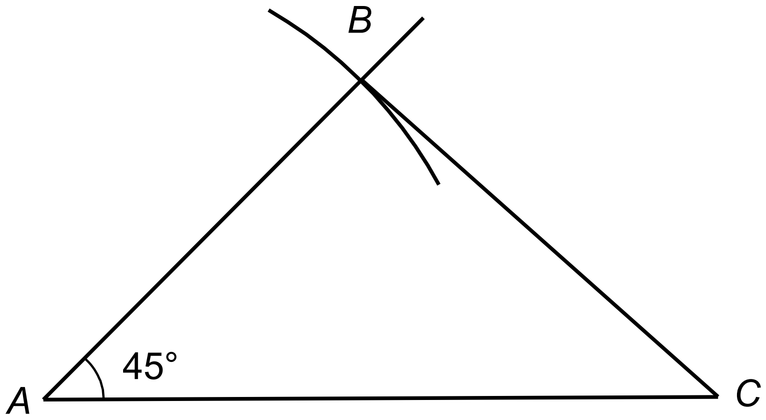
- On remarque que : $AC > AB + BC$.
  L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée : on ne peut donc pas construire le triangle ABC.

Bilan : L'inégalité triangulaire doit être vérifiée.

2) Connaissant 2 côtés et 1 angle

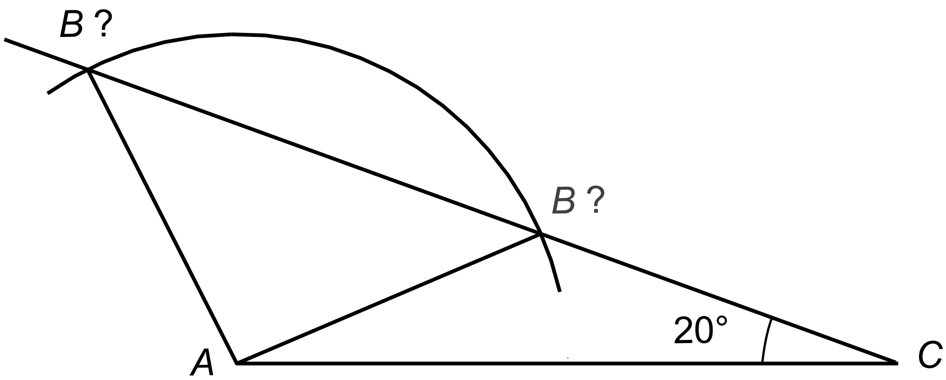
Ex3 : Hypothèses : AB = 4cm ; AC = 6cm ; $\widehat{BAC} = 45°$

Ordre de construction :
- A
- C tel que : AC = 6cm
- B tel que : $\widehat{BAC} = 45°$ et AB = 4cm



Ex4 : Hypothèses : AB = 3cm ; AC = 6cm ; $\widehat{ACB} = 20°$

Ordre de construction :
- A
- C tel que : AC = 6cm
- B tel que : $\widehat{ACB} = 20°$ et AB = 4cm

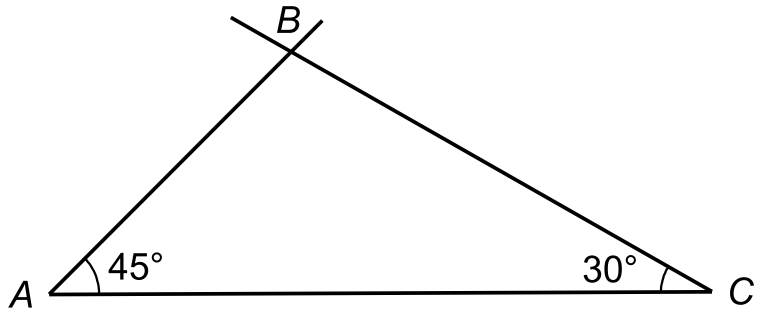


Bilan : Si l'angle connu est compris entre les deux côtés connus, la construction ne pose pas de problème.
Sinon, tout dépend des valeurs de l'énoncé (0, 1 ou 2 triangles possibles !)

3) Connaissant 1 côté et 2 angles

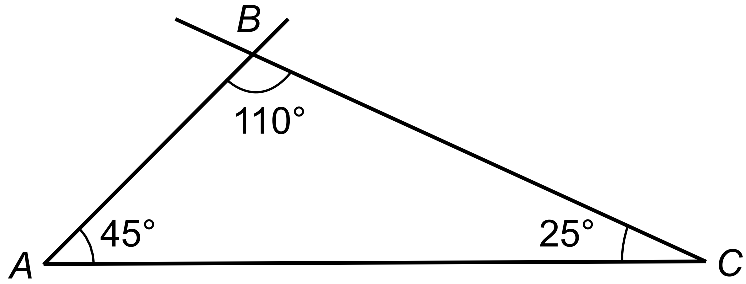
Ex5 : Hypothèses : $AC = 6\text{cm}$; $\widehat{BAC}=45°$; $\widehat{BCA}=30°$

Ordre de construction :
- A
- C tel que : $AC = 6\text{cm}$
- B tel que : $\widehat{BAC}=45°$
  et $\widehat{BCA}=30°$



Ex6 : Hypothèses : $AC = 6\text{cm}$; $\widehat{BAC}=45°$; $\widehat{ABC}=110°$

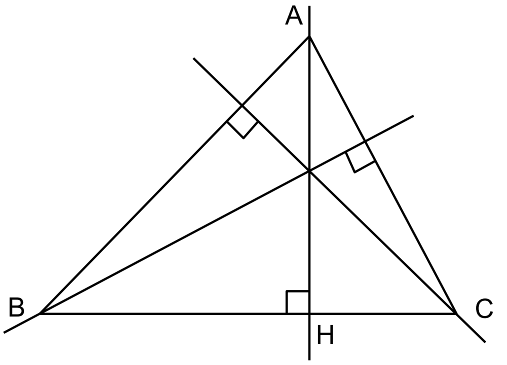
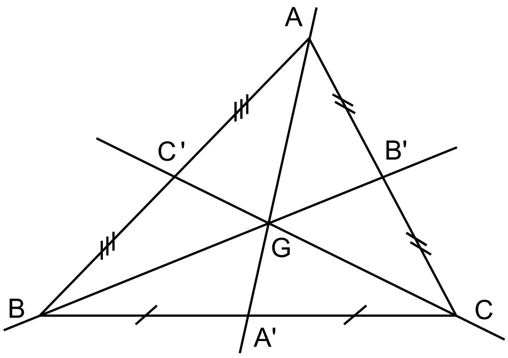
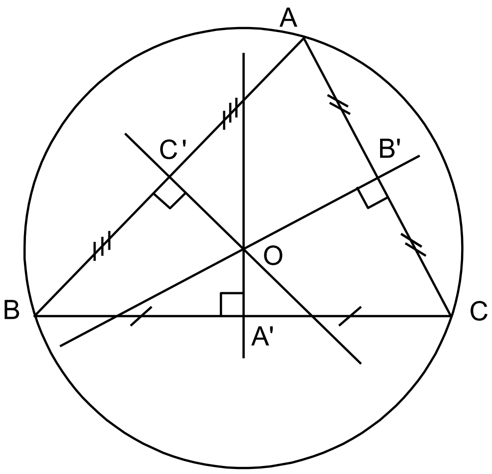
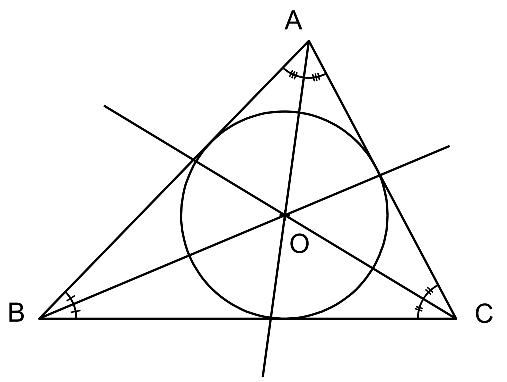
Ordre de construction :
- A
- C tel que : $AC = 6\text{cm}$
- B tel que : $\widehat{BAC}=45°$
  et $\widehat{BCA}=180-45-110=25°$



Bilan : Si le côté connu est compris entre les deux angles connus, la construction ne pose pas de problème.
Sinon, on calcule le 3ème angle.

p186: 5, 6
p187: 7, 8, 9, 11, 13

III) DROITES REMARQUABLES D'UN TRIANGLE

Figure	Définition	Point de concours
	Les **hauteurs** d'un triangle sont les droites passant par un sommet et coupant le côté opposé perpendiculairement.	Orthocentre
	Les **médianes** d'un triangle sont les droites passant par un sommet et coupant le côté opposé en son milieu.	Centre de gravité
	La **médiatrice** d'un <u>segment</u> est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement et en son milieu.	Centre du cercle circonscrit
	La **bissectrice** d'un <u>angle</u> est la demi-droite qui le partage en deux angles égaux.	Centre du cercle inscrit

Vocabulaire :

- Les hauteurs et médianes sont **issues** d'un sommet et **relatives à** un côté.
- On parle de médiatrice **d'un** côté et de bissectrice **d'un** angle.
- Le cercle est circonscrit **au** triangle.
- Dans la $1^{\text{ère}}$ figure, H est appelé **pied de la hauteur** issue de A.

Remarques :

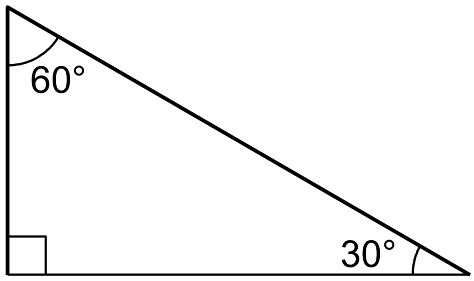
- La hauteur issue de A désigne selon le contexte soit la droite (AH), soit le segment $[AH]$, soit la longueur AH.
- De même, la médiane issue de A désigne selon le contexte soit la droite (AA'), soit le segment $[AA']$.

oral
p190: 31, 34, 35
p195: 73, 74

constructions
p191: 36, 37, 43
p195: 77, 78
p197: 95

IV) TRIANGLES PARTICULIERS

1) Triangles rectangles



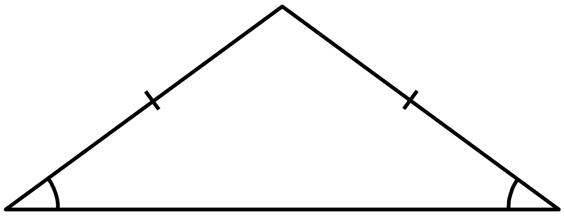
Propriété :

Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.

Caractérisation :

Si un triangle a deux angles complémentaires alors il est rectangle.

2) Triangles isocèles



Propriété :

Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont de même mesure.

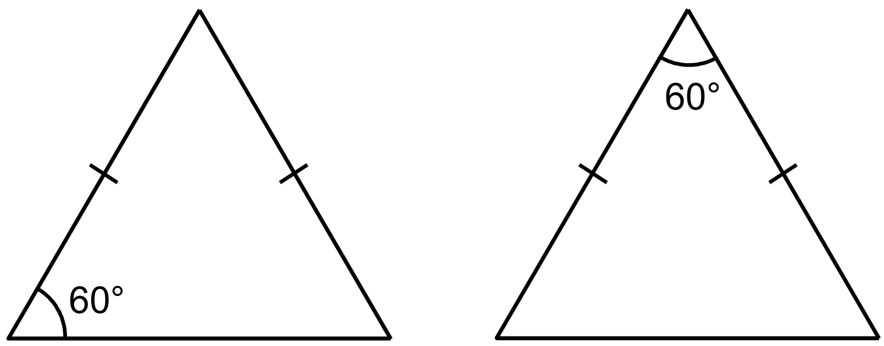
Caractérisation :

Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.

Propriété :

Dans un triangle isocèle, la hauteur, la médiane et la médiatrice passant par le sommet principal sont confondues.

3) Triangles équilatéraux



Caractérisation :

Si un triangle isocèle a un angle de 60°, alors il est équilatéral.

constructions
p187: 14
p194: 66, 67, 68

démonstrations
p192: 52, 53
p193: 55
p195: 80, 81, 82
p197: 90, 91, 92

défis
p199: 99, 100