

# PROPORTIONNALITÉ

---

## I) RAPPEL

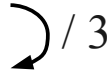
Dans les problèmes concrets utilisant la proportionnalité, on est souvent amené à chercher le « nombre manquant » dans un tableau de proportionnalité. Pour cela, plusieurs approches sont possibles :

### 1) En utilisant la proportionnalité des lignes

Ex : 12 m de tissus coûtent 4 €. Combien coûtent 30 m ?

Appelons  $x$  le prix cherché en €.

Longueur de tissus (m)		
Prix (€)		



$x =$

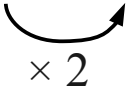
30 m de tissus coûtent donc

### 2) En utilisant la proportionnalité des colonnes

Ex : 11 kg de bananes coûtent 13 €. Combien coûtent 22 kg ?

Appelons  $x$  le prix cherché en €.

Masse de bananes (kg)		
Prix (€)		



$x =$

22 kg de bananes coûtent donc

### 3) En passant par l'unité

Ex : Pour faire 250 g de confiture, il faut 130 g de fruits.  
Combien faut-il de fruits pour faire 400 g de confiture ?

Appelons  $x$  la masse de fruits cherchée en g.

Masse de confiture (g)			
Masse de fruits (g)			



$x =$

Pour faire 400 g de confiture, il faut donc            g de fruits.

## II) PRODUIT EN CROIX

### 1) Cas général

Soit le tableau de proportionnalité ci-dessous avec  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  non nuls

Grandeur 1	$a$	$c$
Grandeur 2	$b$	$d$

Les grandeurs étant proportionnelles, on a :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

En faisant un produit en croix (cf chapitre sur les fractions),

on obtient :

En divisant les deux membres de ce produit en croix successivement par chacune des lettres ci-dessus, on obtient :

$$a = \frac{bc}{d} \qquad c =$$

$$b = \qquad d =$$

Cette façon d'obtenir directement le nombre manquant dans un tableau de proportionnalité s'appelle « la règle de trois ».

### 2) Dans les exercices

Il n'est désormais plus exigé de reproduire le tableau de proportionnalité sur votre copie.

**Ex :** Une voiture roulant à vitesse constante, a parcouru 105 km en 1 h et 15 min. Combien de temps lui faudra-t-il pour parcourir 140 km qu'il lui reste à faire ?

Appelons  $t$  le temps cherché en minutes.

$$t =$$

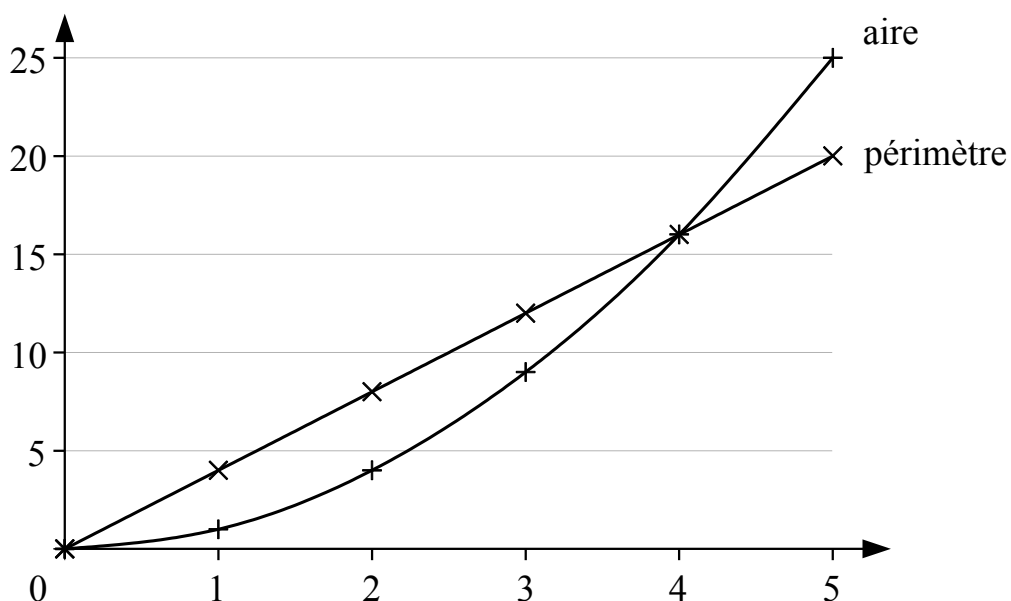
Pour faire 140 km, il lui faudra donc

### III) CARACTÉRISATION GRAPHIQUE

Ex : On s'intéresse au périmètre et à l'aire d'un carré en fonction de la longueur de son côté.

Côté (cm)	0	1	2	3	4	5
Périmètre (cm)						
Aire (cm <sup>2</sup> )						

Représentons ces données par un graphique :



Dans le cas ci-dessus, le périmètre est proportionnel au côté ( $p=4c$ ) et les points associés au périmètre sont sur une ligne droite passant par l'origine du repère.

En revanche, l'aire n'est pas proportionnelle au côté et les points associés à l'aire ne sont pas sur une droite.

**Propriété :** (admise)

Lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, les points représentant ces deux grandeurs sont alignés et la droite formée passe par l'origine du repère.

**Propriété réciproque :**

Lorsque les points représentant deux grandeurs sont alignés et que la droite formée passe par l'origine du repère, ces deux grandeurs sont proportionnelles.

## IV) APPLICATIONS

### 1) Pourcentages

Les pourcentages traduisent des situations de proportionnalité !

#### a) Calculer un pourcentage

**Ex :** Dans une classe de 24 élèves, 15 étudient l'anglais.  
Quel est le pourcentage d'élèves étudiant l'anglais ?

Appelons  $x$  ce pourcentage

Nombre d'élèves étudiant l'anglais		
Nombre total d'élèves		

$x =$

Il y a donc      % d'élèves faisant de l'anglais dans cette classe.

#### b) Appliquer un pourcentage

**Ex :** Dans une classe de 30 élèves, 40 % sont des filles.  
Combien y a-t-il de filles ?

#### ● Méthode 1 : Avec un tableau de proportionnalité

Appelons  $x$  le nombre de filles

Nombre de filles		
Nombre total d'élèves		

$x =$

Il y a donc      filles dans cette classe.

#### ● Méthode 2 : En « appliquant » directement le pourcentage

Les filles représentent 40 % des 30 élèves de la classe.

Le nombre de filles est donc :

Dans cette classe, il y a donc      filles.

*c) Pourcentage d'augmentation ou de diminution*

**Ex 1 :** Un pantalon qui coûtait 12,50 € vient d'augmenter de 20 %.  
Combien coûte-t-il désormais ?

Appelons  $p$  le nouveau prix du pantalon :

$$p =$$

**Ex 2 :** Bonne nouvelle ! Dans ma boulangerie, les éclairs au chocolat sont passés de 3 € à 2,70 €. De quel pourcentage ont-ils baissé ?

Appelons  $p$  ce pourcentage.

La baisse est alors :  $\frac{p}{100} \times 3 =$

## 2) Échelle d'un plan

Sur un plan à l'échelle, les distances sur le plan sont proportionnelles aux distances réelles.

### Définition :

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité :

$$\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{même} \\ \leftarrow \text{unité !} \end{array}$$

### Ex :

Un microbe est représenté sur un livre par un cercle de diamètre 12 mm.

Le schéma est à l'échelle  $\frac{10000}{1}$ . Quel est le diamètre réel du microbe ?

Appelons  $x$  le diamètre réel du microbe en mm.

Diamètre sur le livre (mm)		
Diamètre réel (mm)		

$x =$

Le microbe mesure donc                      mm de diamètre.

## V) GRANDEURS COMPOSÉES :

### 1) Grandeurs produit, grandeurs quotient :

Dans un tableau de proportionnalité, le coefficient de proportionnalité est souvent le quotient de deux grandeurs différentes :

- L'aire d'une surface est une grandeur produit : en  $m^2 = m \times m$ .
- Le prix au litre de l'essence est une grandeur quotient : en €/L.
- La consommation d'une voiture est une grandeur quotient : en L/km.
- La masse volumique est une grandeur quotient : en  $kg/m^3$ .
- Un débit est une grandeur quotient : en  $m^3/s$ .

### 2) Exemple de grandeur quotient : La vitesse moyenne

La vitesse moyenne  $v$  d'un objet ayant parcouru une distance  $d$  en un temps  $t$  est le quotient :  $v = \frac{d}{t}$ .

**Ex :** Un avion parcourt 4100 km à la vitesse moyenne de 820 Km/h.  
Quelle sera la durée du vol ?

Appelons  $t$  la durée du vol en heures.

$$\text{On alors : } 820 = \frac{4100}{t}$$

donc  $t =$



### 3) Calculs et changements d'unité

**Ex 1 :** Le grammage d'une feuille de papier étant de  $80 \text{ g/m}^2$ , calculer la masse de 500 feuilles A4.

L'aire d'une feuille A4 est :

L'aire de 500 feuilles A4 est :

La masse de 500 feuilles A4 est :

**Ex 2 :** La vitesse de rotation d'un disque dur est de 5400 tours/min.

Calculer cette vitesse en tours/s.

$$v = \frac{5400 \text{ tours}}{1 \text{ min}} =$$

**Ex 3 :** Convertir  $15 \text{ m}^2$  en  $\text{cm}^2$ .

$$15 \text{ m}^2 = 15 \times (1 \text{ m})^2 =$$

**Ex 4 :** La vitesse du son dans l'air est d'environ  $340 \text{ m/s}$ . Exprimez cette vitesse en  $\text{km/h}$ .

$$v =$$