

# PUISSANCES

---

## I) DÉFINITION

### 1) Rappels

$$4^2 =$$

Si  $a$  est un nombre :

$$(-4)^2 =$$

$$a^2 =$$

$$5^3 =$$

$$a^3 =$$

### 2) Cas général

Soit  $a$  un nombre et  $n$  un entier strictement positif,  
le produit de  $n$  facteurs tous égaux à  $a$  est noté :  $a^n$

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

#### Remarques :

- $a^n$  se lit «  $a$  exposant  $n$  » ou «  $a$  puissance  $n$  »
- $a^2$  se lit aussi «  $a$  au carré » et  $a^3$  se lit aussi «  $a$  au cube ».
- Par convention, on pose :  $a^0 = 1$  (Attention  $0^0$  n'est pas calculable)
- Ne pas confondre  $a^2$  et  $2a$  :  $a^2 = a \times a$  et  $2a = a + a$
- Sur la calculatrice, chercher la touche :  $\boxed{\wedge}$ ,  $\boxed{x^y}$  ou  $\boxed{x^\square}$

#### Ex :

$$A = (-3)^2 = ( \quad ) \times ( \quad ) =$$

$$D = 7,5^0 =$$

$$B = -3^2 =$$

$$E = 7,5^1 =$$

$$C = (-3)^3 =$$

$$H = \left(\frac{3}{2}\right)^3 =$$

### 3) Priorités entre les opérations

Dans une expression, les calculs à faire en premier sont dans l'ordre :

- les calculs situés dans les parenthèses les plus intérieures,
- 
- les multiplications et les divisions,
- les additions et les soustractions.

Quand des opérations ont le même ordre de priorité, on effectue le calcul de gauche à droite.

**Ex :**

$$A = 2 \times 5^3$$

$$B = 5(3^2 + 6) \div 3 - 2^3$$

$$C = (-2)^4 \times 2^2 - 2^2$$

### 4) Puissances et signes

**Ex :**

$$A = (-2)^0 =$$

$$B = (-2)^1 =$$

$$C = (-2)^2 =$$

$$D = (-2)^3 =$$

$$E = (-2)^4 =$$

$$F = (-2)^5 =$$

$$G = (-1)^{2020} =$$

Un nombre négatif élevé à une puissance paire est toujours

Un nombre négatif élevé à une puissance impaire est toujours

## II) PROPRIÉTÉS

### 1) Puissances d'un même nombre

$a$  étant un nombre non nul,  $m$  et  $n$  étant des entiers relatifs, on a les règles de calcul suivantes :

Règle	Exemple
$a^n \times a^m =$	$3^4 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{4+2}$
$\frac{a^n}{a^m} =$	$\frac{3^4}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = 3^{4-2}$
$\frac{1}{a^n} =$	$\frac{1}{3^2} = \frac{3^0}{3^2} = 3^{0-2} = 3^{-2}$
$(a^n)^m =$	$(4^2)^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^{2 \times 3}$

### 2) Puissances de même exposant

$a$  et  $b$  étant deux nombres non nuls,  $n$  étant un entier relatif :

Règle	Exemple
$a^n \times b^n =$	$3^2 \times 5^2 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = (3 \times 5)^2$
$\frac{a^n}{b^n} =$	$\frac{2^3}{5^3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$

#### Attention :

Il n'y a hélas pas de règle avec  $a^n + b^n$  ou  $a^n - b^n$  !

### III) PUISSANCES DE 10

#### 1) Première approche

$n$  étant un entier positif :

$$10^0 =$$

$$10^1 =$$

$$10^2 =$$

$$10^3 =$$

$$10^{-1} =$$

$$10^{-2} =$$

$$10^{-3} =$$

$$10^n = \underbrace{100 \dots 00}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_{n \text{ zéros après la virgule}}$$

Sur la calculatrice, chercher la touche :  $\boxed{10^x}$  ou  $\boxed{10^\square}$  ou  $\boxed{EE}$

#### 2) Propriétés :

- Multiplier un nombre par  $10^n$  revient à décaler la virgule de  $n$  chiffres vers la droite.
- Multiplier un nombre par  $10^{-n}$  revient à le diviser par  $10^n$  et donc à décaler la virgule de  $n$  chiffres vers la gauche.

**Ex :**

$$A = 12,3456 \times 10^3 =$$

$$B = 12,3456 \times 10^{-4} =$$

### 3) Notation scientifique

#### Définition :

La notation scientifique d'un nombre est son écriture sous la forme :

$$a \times 10^n \text{ avec } 1 \leq a < 10$$

**Ex :** Donner la notation scientifique des nombres suivants :

$$230\,000\,000 =$$

$$0,00010123 =$$

$$34,1 =$$

$$6300 \times 10^{27} =$$

#### Remarque :

Écrire des nombres en notation scientifique permet de les comparer facilement en mettant en évidence leurs ordres de grandeur. Cette notation est très utilisée en physique.

### 4) Puissances de 10 et unités :

téra	giga			unité			nano
$10^{12}$		$10^6$		$10^0$		$10^{-6}$	
T			k		m		