

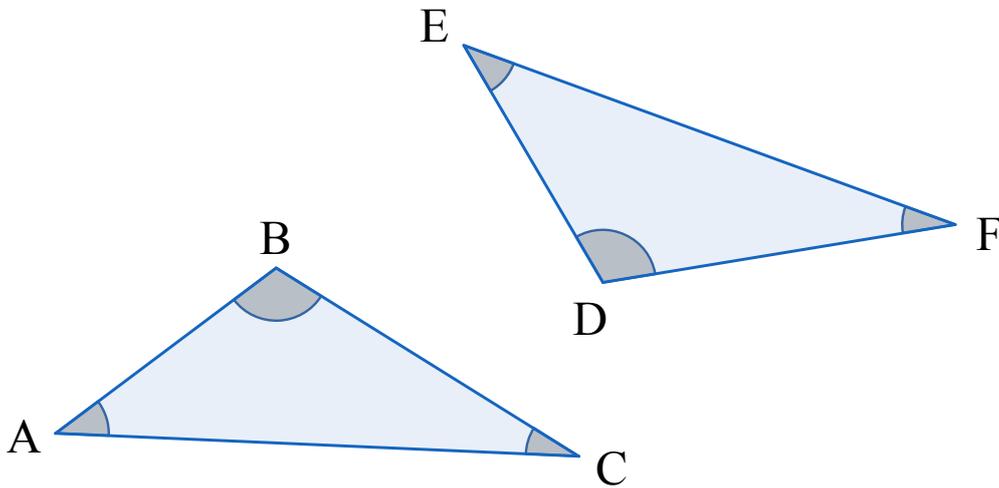
TRIANGLES ISOMÉTRIQUES

1) DÉFINITION

Deux triangles dont les côtés et les angles sont respectivement de mêmes mesures sont dits « isométriques » ou « superposables » ou encore « égaux ».

Dans des triangles isométriques, les sommets, côtés et angles qui se correspondent sont dits « homologues ».

Ex : Les deux triangles ci-dessous sont isométriques.
Coder les côtés et angles homologues.



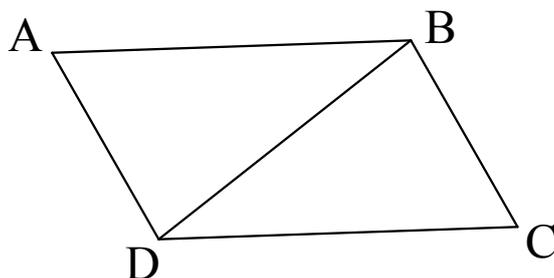
II) LES 3 CAS D'ÉGALITÉS

1) Avec 3 égalités de côtés

Si deux triangles ont leurs 3 côtés égaux deux à deux, alors ils sont isométriques

Si les 3 côtés d'un triangle sont respectivement égaux aux 3 côtés d'un autre, alors ces deux triangles sont isométriques.

Ex : Soit un parallélogramme ABCD. Montrer que les triangles ABD et CDB sont isométriques.



Par hypothèses, ABCD est un parallélogramme

donc ses côtés opposés sont égaux

donc $AB = DC$ et $AD = BC$

Dans les triangles ABD et CDB, on a donc :

$AB = DC$

$AD = BC$

[DB] est un côté commun

or si les 3 côtés d'un triangle sont respectivement égaux aux 3 côtés d'un autre, alors ces deux triangles sont isométriques.

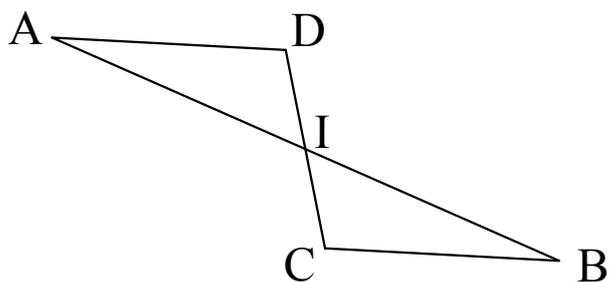
donc ABD et CDB sont isométriques.

2) Avec 2 égalités de côtés et 1 égalité d'angles

Si deux triangles ont 1 angle de même mesure compris entre 2 côtés égaux deux à deux, alors ils sont isométriques

Si 2 côtés d'un triangle sont respectivement égaux à 2 côtés d'un autre, et que les angles compris entre ces côtés sont égaux, alors ces deux triangles sont isométriques.

Ex : I est le milieu de [AB] et [CD]. Montrer que les triangles ADI et ICB sont isométriques.



Par hypothèses :

I est le milieu de [AB] donc $IA =$

I est le milieu de [CD] donc $ID =$

De plus (AB) et (CD) se coupent en I donc \widehat{AID} et \widehat{BIC} sont opposés par le sommet donc

Dans les triangles ADI et ICB, on a donc :

$IA =$

$ID =$

$\widehat{AID} =$

or si 2 côtés d'un triangle sont respectivement égaux à 2 côtés d'un autre, et que les angles compris entre ces côtés sont égaux, alors ces deux triangles sont isométriques

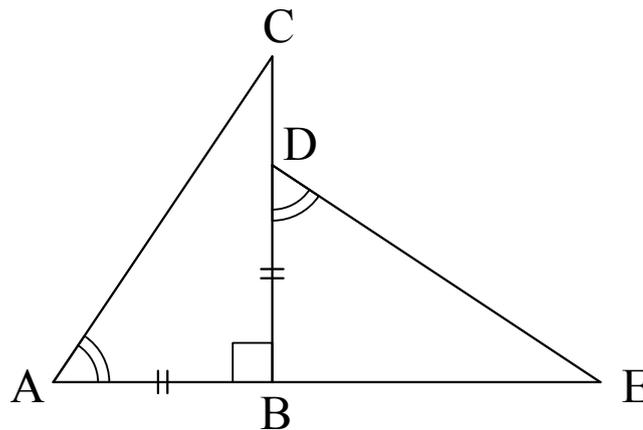
donc les triangles ADI et ICB sont isométriques

3) Avec 1 égalité de côtés et 2 égalités d'angles

Si deux triangles ont 1 côté égal compris entre 2 angles de mêmes mesures deux à deux, alors ils sont isométriques

Si 2 angles d'un triangle sont respectivement égaux à 2 angles d'un autre, et que les côtés compris entre ces angles sont égaux, alors ces deux triangles sont isométriques.

Ex : Dans la figure ci-dessous, A, B et E sont alignés ainsi que B, D et C. Montrer que les triangles ABC et BDE sont isométriques.



Par hypothèses :

$$AB =$$

$$\widehat{BAC} =$$

$$\widehat{ABC} = 90^\circ \text{ et } A, B \text{ et } E \text{ sont alignés donc } \widehat{DBE} =$$

Dans les triangles ABC et BDE, on a donc :