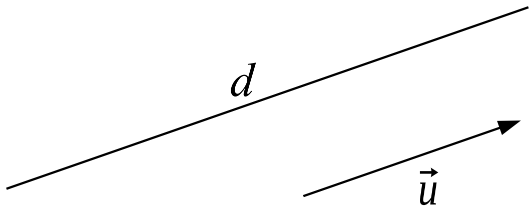
ÉQUATIONS DE DROITES

I) ÉQUATION D'UNE DROITE

1) Vecteur directeur d'une droite

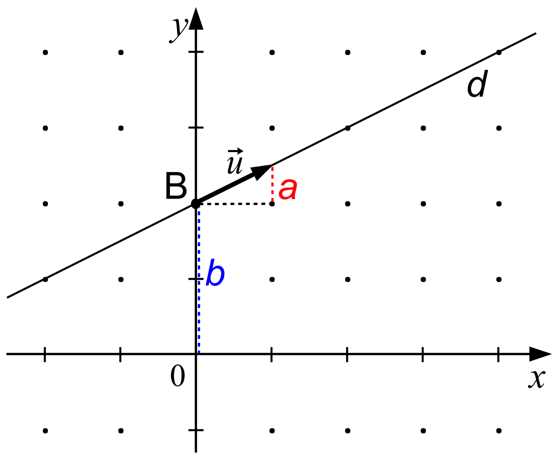
Soit d une droite du plan.
On appelle vecteur directeur de d tout vecteur non nul $\vec{u}$ qui possède la même direction que la droite d.



2) Équation réduite d'une droite « non verticale »

Soit d une droite quelconque, <u>non parallèle à l'axe des ordonnées</u>.
Cette droite coupe donc l'axe des ordonnées en un point que l'on appellera B et elle a un vecteur directeur d'abscisse 1 que l'on appellera $\vec{u}$.

Appelons b l'ordonnée du point B et a celle de $\vec{u}$. On a :



Soit $M(x\,;y)$ un point quelconque du plan.

$M(x\,;y) \in d \quad \Leftrightarrow$

Conclusion :

- Toute droite non verticale est donc la représentation graphique d'une fonction affine. Elle une équation de la forme $y = a\,x + b$ appelée « équation réduite » de la droite.
- b est l'ordonnée du point de d d'abscisse 0.
  On l'appelle « ordonnée à l'origine » de la droite d.
- a caractérise la direction de la droite d.
  On l'appelle « coefficient directeur » de d.
- Deux droites non verticales sont donc parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.
- P et Q étant deux points distincts de d, déterminons $\dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$:

  d n'est pas verticale donc $x_Q \neq x_P$ et :

  $\dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} =$

2-eqdroites-droite1.html
2-eqdroites-droite2.html
p200 : 34, 36
p201 : 49, 54
p202 : 58, 60, 61, 63
p204 : 86, 89, 90, 91

3) Équation cartésienne d'une droite « quelconque »

Soit d une droite quelconque passant par un point A et ayant un vecteur directeur $\vec{u}$ dont on appellera les coordonnées $-b$ et a.

Soit $M(x\,;y)$ un point quelconque du plan.

$M(x\,;y) \in d \;\Leftrightarrow$

Conclusion :

- On remarque que $\left(-a\,x_A - b\,y_A\right)$ est un terme constant qui ne dépend que de A et de $\vec{u}$. Appelons ce terme « c ». L'équation d'une droite peut donc aussi s'écrire sous la forme $a\,x + b\,y + c = 0$ appelée « équation cartésienne » de la droite.
- Une droite a une infinité d'équations cartésiennes équivalentes :
  Ex : $x + 2\,y - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\,x + 4\,y - 2 = 0 \Leftrightarrow -x - 2\,y + 1 = 0$.
  Donc la droite d d'équation : $x + 2\,y - 1 = 0$
  a aussi pour équation : ou encore :

  De plus , et sont des vecteurs directeurs de d.

- a et b ne peuvent pas être nuls en même temps car sinon $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ serait nul et ne pourrait donc pas être un vecteur directeur d'une droite.

- Si $b = 0$, alors $a \neq 0$ donc $a\,x + b\,y + c = 0 \Leftrightarrow$

  La droite est l'ensemble des points
  Il s'agit d'une droite

- Si $a = 0$,

  La droite est l'ensemble des points
  Il s'agit d'une droite

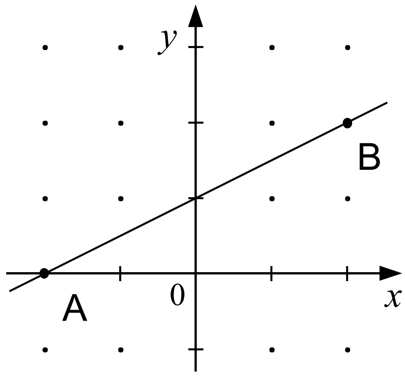
p200 : 35
p201 : 48, 52, 53
p203 : 71, 73

II) DÉTERMINER L'ÉQUATION D'UNE DROITE

1) Connaissant deux points :

Ex : Soient $A(-2\ ;\ 0)$ et $B(2\ ;\ 2)$. Déterminer une équation de (AB).

1ère méthode : $x_A \neq x_B$ donc (AB) n'est pas verticale et a donc une équation de la forme $y = a\,x + b$.



(AB) a donc pour équation :

2ème méthode : Soit $M(x\ ;\ y)$ un point quelconque :

$M \in (AB) \quad \Leftrightarrow$

(AB) a donc pour équation : ou encore : .

2) Connaissant un point et un vecteur directeur :

Ex : Déterminer l'équation de la droite d passant par $A(-2\ ;\ 0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$.

Soit $M(x\ ;\ y)$ un point quelconque :

$M \in (AB) \quad \Leftrightarrow$

(AB) a donc pour équation :

3) Parallèle à une droite et passant par un point :

Ex : Déterminer l'équation de d' la parallèle à la droite d d'équation : $y=\frac{1}{2}x+1$ passant par $C(1\ ;\ 0)$.

d et d' étant parallèles, elles ont le même coefficient directeur, donc l'équation de d' est de la forme :

d' a donc pour équation :

p200 : 39, 43, 44 p201 : 46, 50, 51, 55 p203 : 68, 75, 77, 78, 79, 81, 84 p205 : 99, 105 p206 : 109 p209 : 133 p210 : 140	algo p204 : 85 p206 : 108 régressions avec calculatrice p209 : 129

III) LIEN AVEC LES SYSTÈMES « 2 × 2 »

Dans le chapitre sur les systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues, on a étudié les systèmes de la forme : $\begin{cases} a\,x+b\,y+c=0 \\ a'\,x+b'\,y+c'=0 \end{cases}$

Comment ne pas faire l'analogie avec des équations cartésiennes de droites !

Conséquence :

De même que deux droites ont pour intersection :	De même un système 2×2 aura pour solutions :
● soit un unique point d'intersection (les droites sont)	● (cas général que nous rencontrerons dans les exercices)
● soit aucun point d'intersection (les droites sont)	● (les 2 équations sont)
● soit une infinité de points d'intersection (les droites sont)	● (les 2 équations sont)

p200 : 37
p206 : 115
p207 : 118, 119
p208 : 125
p210 : 139