DS du 6/11/12 — 2^h — 2^A — Corrigé succint

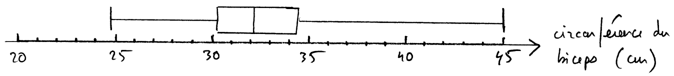
I)

1) **Médiane** : L'effectif total est 252 or $\frac{252+1}{2} = 126{,}5$
donc la médiane est la demi-somme du 126^e et 127^e termes de la série : $med = \frac{32+32{,}1}{2} = \boxed{32{,}05 \text{ cm}}$

Q_1 : $\frac{252}{4} = 63$ donc Q_1 est le 63^e terme de la série $\boxed{Q_1 = 30{,}2 \text{ cm}}$

Q_3 : $\frac{3 \times 252}{4} = 189$ donc Q_3 est le 189^e terme de la série $\boxed{Q_3 = 34{,}3 \text{ cm}}$

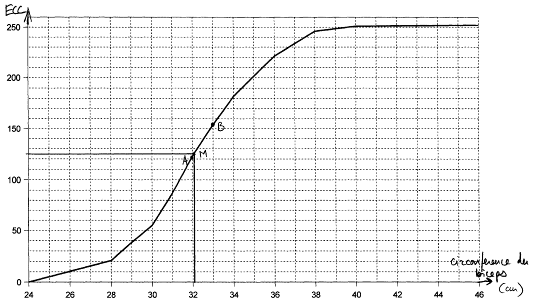
Diagramme en boîte



2) ⓐ

Circ. (cm)	[24 ; 28[	[28 ; 30[	[30 ; 31[	[31 ; 32[	[32 ; 33[	[33 ; 34[	[34 ; 36[	[36 ; 38[	[38 ; 40[	[40 ; 46]
Effectif	21	34	32	36	31	28	39	25	5	1
ECC	21	55	87	123	154	182	221	246	251	252

ⓑ



Approximation de la médiane :
le point de la courbe d'ordonnée 126,5 a pour abscisse environ 32,1
donc $\boxed{Med \approx 32{,}1 \text{ cm}}$

l'approximation est bonne ($\approx 1{,}5$ ‰ !)

ⓒ **Interpolation linéaire de la médiane**

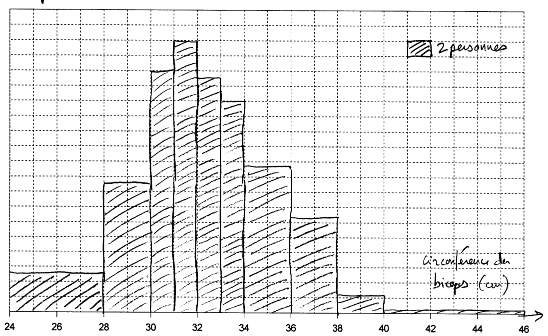
les points $A(32\,;123)$ et $B(33\,;154)$ appartiennent à la courbe des ECC
Soit M le point de cette courbe d'ordonnée 126,5

$M(x\,;126{,}5) \in (AB) \iff \vec{AM}\begin{pmatrix} x-32 \\ 3{,}5 \end{pmatrix}$ est colinéaire à $\vec{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 31 \end{pmatrix}$

$\iff 31(x-32) - 3{,}5 = 0 \iff 31x = 995{,}5 \iff x \approx 32{,}11$

donc $\boxed{Med \approx 32{,}11 \text{ cm}}$ L'approximation n'est pas ici meilleure que lors de la lecture graphique.

ⓓ **Histogramme**



Appelons $h_1, h_2, h_3 \ldots$ les hauteurs en carreaux des rectangles de l'histogramme :

$h_1 \times 4 = \frac{21}{2}$ donc $h_1 \approx 2{,}6$

$h_2 \times 2 = \frac{34}{2}$ donc $h_2 = 8{,}5$

$h_3 \times 1 = \frac{32}{2}$ donc $h_3 = 16$

$h_4 \times 1 = \frac{36}{2}$ donc $h_4 = 18$

$h_5 \times 1 = \frac{31}{2}$ donc $h_5 = 15{,}5$

$h_6 \times 1 = \frac{28}{2}$ donc $h_6 = 14$

$h_7 \times 2 = \frac{39}{2}$ donc $h_7 \approx 9{,}8$

II) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$(I) : \frac{(9x^2-4)^2}{(6x+4)^2} \leq 0$

Conditions : $6x+4 \neq 0 \iff x \neq -\frac{2}{3}$

$(I) \iff \frac{(3x-2)^2(\cancel{3x+2})^2}{2^2(\cancel{3x+2})^2} \leq 0$ et $x \neq -\frac{2}{3}$

$(I) \iff (3x-2)^2 \leq 0$ et $x \neq -\frac{2}{3}$

$(I) \iff 3x-2 = 0$ (car un carré ne peut être strictement négatif)

$(I) \iff x = \frac{2}{3}$ $\boxed{\mathcal{S} = \left\{\frac{2}{3}\right\}}$

III)

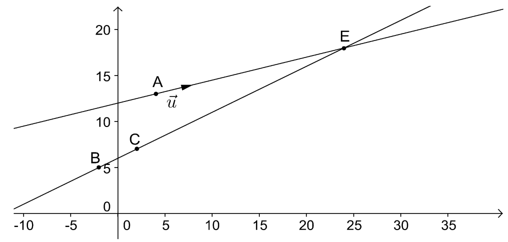
1) le programme affichera successivement : $\boxed{\text{a) } 4 \quad \text{b) } 1 \quad \text{c) } 6}$

2) le programme affiche le $\boxed{\text{nombre de chiffres}}$ d'un entier

3) Non ce programme fonctionne pour tout entier (même négatif)

IV)

1) Soit M un point quelconque du plan



Equation de d

$M(x;y) \in d \iff \vec{AM}\begin{pmatrix} x-4 \\ y-13 \end{pmatrix}$ est colinéaire à $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\iff (x-4) - 4(y-13) = 0$

$\iff \boxed{y = \frac{1}{4}x + 12}$

Equation de (BC)

$M(x;y) \in (BC) \iff \vec{BM}\begin{pmatrix} x+2 \\ y-5 \end{pmatrix}$ est colinéaire à $\vec{BC}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\iff 2(x+2) - 4(y-5) = 0$

$\iff \boxed{y = \frac{1}{2}x + 6}$

2) **Intersection de d et (BC)**

D'après 1) d et (BC) ont des coefficients directeurs différents ($\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$) donc ces droites ne sont pas parallèles et ont une intersection.

Appelons $I(x;y)$ cette intersection

$I = d \cap (BC) \iff \begin{cases} y = \frac{1}{4}x + 12 \\ y = \frac{1}{2}x + 6 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} \frac{1}{4}x + 12 = \frac{1}{2}x + 6 \\ y = \frac{1}{2}x + 6 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x = 24 \\ y = 18 \end{cases}$ $\boxed{I(24\,;18)}$

3) **Recherche des deux réels**

Appelons x et y ces deux réels :

• le 1^{er} augmenté de 12 est le double du 2^d :
$x + 12 = 2y \iff y = \frac{1}{2}x + 6$

• le 2^d diminué de 12 est le quart du 1^{er} :
$y - 12 = \frac{x}{4} \iff y = \frac{1}{4}x + 12$

x et y doivent donc vérifier le système du 2) !
On a donc $\boxed{x = 24 \text{ et } y = 18}$

4) **Ensemble des points M**

Appelons E cet ensemble :

$M(x;y) \in E \iff (x-3y+30)^2 - (y-18)^2 = 0$

$\iff (x-3y+30+y-18)(x-3y+30-y+18) = 0$

$\iff (x-2y+12)(x-4y+48) = 0$

$\iff x-2y+12 = 0$ ou $x-4y+48 = 0$

$\iff y = \frac{1}{2}x + 6$ ou $y = \frac{1}{4}x + 12$

$\iff M \in (BC)$ ou $M \in d$

Bilan $\boxed{E = (BC) \cup d}$

2^c DS du 7 III 11 2h Corrigé succint

I) lectures d'éq de droites

$D_1 : y = x - 2$ — D_1 est la représentation graphique de la fonction affine $x \mapsto x-2$

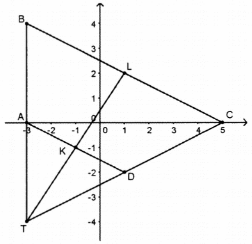
$D_2 : x = 3$ — D_2 n'est la représentation graphique d'aucune fonction

$D_3 : y = 2x + 1$ — D_3 est la représentation graphique de la fonction affine $x \mapsto 2x+1$

$D_4 : y = -\frac{3}{2}x + 1$ — D_4 est la représentation graphique de la fonction affine $x \mapsto -\frac{3}{2}x+1$

$D_5 : y = -2$ — D_5 est la représentation graphique de la fonction affine $x \mapsto -2$

II)



1) Coordonnées de K

Par (H) K est le milieu de [AD]

donc $\begin{cases} x_K = \dfrac{x_A + x_D}{2} = -1 \\ y_K = \dfrac{y_A + y_D}{2} = -1 \end{cases}$

donc $\boxed{K(-1\,;-1)}$

Coordonnées de L

Par (H) L est le milieu de [BC]

donc $\begin{cases} x_L = \dfrac{x_B + x_C}{2} = 1 \\ y_L = \dfrac{y_B + y_C}{2} = 2 \end{cases}$

donc $\boxed{L(1\,;2)}$

2) Montrer que : (AD) // (BC)

On a $\vec{AD}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ or on remarque que $\vec{BC} = 2\vec{AD}$ donc $\vec{BC}$ et $\vec{AD}$ sont colinéaires

donc $\boxed{\text{(BC) et (AD) sont parallèles}}$

3) Equation de (AB)

On remarque que $x_A = x_B = -3$
donc (AB) est la droite verticale
d'équation $\boxed{x = -3}$

Equation de (CD)

Soit $M(x\,;y)$ un point du plan
$M \in (CD) \iff \vec{CM}\begin{pmatrix} x-5 \\ y \end{pmatrix}$ est colinéaire à $\vec{CD}\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\iff -2(x-5) + 4y = 0$

$\iff \boxed{y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}}$

Coordonnées de T

$\begin{cases} T \in (AB) \\ T \in (CD) \end{cases} \iff \begin{cases} x_T = -3 \\ y_T = \frac{1}{2}x_T - \frac{5}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_T = -3 \\ y_T = -\frac{8}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_T = -3 \\ y_T = -4 \end{cases}$ $\boxed{T(-3\,;-4)}$

4) Montrer que T, K et L sont alignés

On a $\vec{TK}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{TL}\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ or on remarque que $\vec{TL} = 2\vec{TK}$ donc $\vec{TL}$ et $\vec{TK}$ sont colinéaires

donc $\boxed{\text{T, K et L sont alignés}}$

III)

1) Signification de %

a % i donne le reste de la division entière de a par i

2) Si a = 12

le programme affichera : 1 2 3 4 6 12

3) Utilité du programme ?

le programme affiche les diviseurs d'un entier strictement positif.

IV) Résoudre (I)

(I) : $\dfrac{x}{x+1} \geqslant \dfrac{2x-5}{x-5}$

conditions : $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x-5 \neq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 5 \end{cases}$

(I) $\iff \begin{cases} \dfrac{x}{x+1} - \dfrac{2x-5}{x-5} \geqslant 0 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 5 \end{cases}$

(I) $\iff \begin{cases} \dfrac{x(x-5) - (2x-5)(x+1)}{(x+1)(x-5)} \geqslant 0 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 5 \end{cases}$

(I) $\iff \begin{cases} \dfrac{x^2 - 5x - 2x^2 + 5x - 2x + 5}{(x+1)(x-5)} \geqslant 0 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 5 \end{cases}$

(I) $\iff \begin{cases} \dfrac{-x^2 - 2x + 5}{(x+1)(x-5)} \geqslant 0 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 5 \end{cases}$

(I) $\iff \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x - 5}{(x+1)(x-5)} \leqslant 0 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 5 \end{cases}$

(I) $\iff \begin{cases} \dfrac{(x+1)^2 - 1 - 5}{(x+1)(x-5)} \leqslant 0 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 5 \end{cases}$

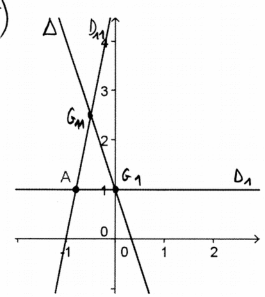
(I) $\iff \begin{cases} \dfrac{(x+1)^2 - 6}{(x+1)(x-5)} \leqslant 0 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 5 \end{cases}$

(I) $\iff \begin{cases} \dfrac{(x+1-\sqrt{6})(x+1+\sqrt{6})}{(x+1)(x-5)} \leqslant 0 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 5 \end{cases}$

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{6}$		-1		$-1+\sqrt{6}$		5		$+\infty$
$x+1-\sqrt{6}$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1+\sqrt{6}$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
Q		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

$\boxed{\mathcal{S} = [-1-\sqrt{6}\,;-1[\ \cup\ [-1+\sqrt{6}\,;5[}$

V)



Résolvons (1) : $\begin{cases} G_m \in \Delta \\ G_m \in D_m \\ m \neq -5 \end{cases}$

(1) $\iff \begin{cases} b = -3a + 1 \\ b = \dfrac{m-1}{2}a + \dfrac{2m+3}{5} \\ m \neq -5 \end{cases}$

(1) $\iff \begin{cases} b = -3a + 1 \\ -3a + 1 = \dfrac{m-1}{2}a + \dfrac{2m+3}{5} \\ m \neq -5 \end{cases}$

2) Δ et D_m parallèles ?

Δ et D_m sont non verticales, elles sont donc parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.

$\Delta \,//\, D_m \iff \dfrac{m-1}{2} = -3 \iff m - 1 = -6 \iff \boxed{m = -5}$

3) Coordonnées de G_m

Par (H) $G_m = \Delta \cap D_m$ et d'après 2) $m \neq -5$
Notons a et b les coordonnées de G_m

(1) $\iff \begin{cases} b = -3a + 1 \\ \left(\dfrac{m-1}{2} + 3\right)a = 1 - \dfrac{2m+3}{5} \\ m \neq -5 \end{cases}$

(1) $\iff \begin{cases} b = -3a + 1 \\ \dfrac{m+5}{2}a = \dfrac{2-2m}{5} \\ m \neq -5 \end{cases}$

(1) $\iff \begin{cases} b = -3a + 1 \\ a = \dfrac{4-4m}{5m+25} \\ m \neq -5 \end{cases}$

(1) $\iff \begin{cases} b = -3\left(\dfrac{4-4m}{5m+25}\right) + 1 \\ a = \dfrac{4-4m}{5m+25} \\ m \neq -5 \end{cases}$

(1) $\iff \begin{cases} b = \dfrac{17m+13}{5m+25} \\ a = \dfrac{4-4m}{5m+25} \\ m \neq -5 \end{cases}$

$\boxed{G_m\left(\dfrac{4-4m}{5m+25}\,;\dfrac{17m+13}{5m+25}\right) \text{ avec } m \neq -5}$

4) Point fixe A

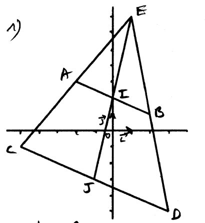
On remarque que D_1 et D_m se coupent en un point $A\left(-\frac{4}{5}\,;1\right)$
Vérifions que toutes les droites D_m passent par ce point :
Pour tout m de $\mathbb{R}$, $\dfrac{m-1}{2}x_A + \dfrac{2m+3}{5} = \dfrac{m-1}{2}\times\left(-\dfrac{4}{5}\right) + \dfrac{2m+3}{5} = \dfrac{-2(m-1)}{5} + \dfrac{2m+3}{5} = \dfrac{5}{5} = 1 = y_A$

donc $\boxed{\text{A est le point fixe cherché}}$

2des Composition du 19 V 2010 3h corrigé succinct

I)

1)



2) Nature de ABCD

Par (H) $\vec{CD} = 2\vec{AB}$ donc $\vec{CD}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires donc (CD) et (AB) sont parallèles

donc $\boxed{\text{ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]}}$

3) Coordonnées de D

Par (H) $\vec{CD} = 2\vec{AB}$ donc $\begin{cases} x_D - x_C = 2(x_B - x_A) \\ y_D - y_C = 2(y_B - y_A) \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D + 5 = 2(2+2) \\ y_D + 1 = 2(1-3) \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -5 \end{cases}$ $\boxed{D(3;-5)}$

Coordonnées de I et J

Par (H) I est le milieu de [AB] donc $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 0 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 2 \end{cases}$ et J est le milieu de [CD] donc $\begin{cases} x_J = \frac{x_C + x_D}{2} = -1 \\ y_J = \frac{y_C + y_D}{2} = -3 \end{cases}$ $\boxed{I(0;2) \quad J(-1;-3)}$

4) Coordonnées de E Posons $E(x;y)$

Par (H) $E \in (AC)$ donc $\vec{AE}(x+2;y-3)$ est colinéaire à $\vec{CA}(3;4)$ donc $4(x+2) - 3(y-3) = 0$ donc $4x - 3y + 17 = 0$

$E \in (BD)$ donc $\vec{BE}(x-2;y-1)$ est colinéaire à $\vec{DB}(-1;6)$ donc $6(x-2) + y - 1 = 0$ donc $6x + y - 13 = 0$

Résolvons le système :

$(S) : \begin{cases} 4x - 3y + 17 = 0 & L_1 \\ 6x + y - 13 = 0 & L_2 \end{cases}$ $(S) \Leftrightarrow \begin{cases} 22x - 22 = 0 \\ y = -6x + 13 \end{cases}$ $L_1 \leftarrow L_1 + 3L_2$ $(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 7 \end{cases}$ $\boxed{E(1;7)}$

5) Montrer que E appartient à (IJ)

On remarque que $\vec{IE}(1;5)$ et $\vec{JI}(1;5)$ donc $\vec{IE} = \vec{JI}$ donc $\boxed{\text{I, E et J sont alignés}}$

II) Le vendeur doit-il abandonner son nouveau café ?

La fréquence théorique correspondant au choix café est $p = 0{,}38$

la fréquence correspondant au choix café dans l'échantillon est $f = 0{,}31$ et la taille de l'échantillon est $n = 400$

or $n > 25$ et $0{,}2 < p < 0{,}8$ donc on peut déterminer l'intervalle I de fluctuation au seuil de 95 % :

$p - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}38 - \frac{1}{\sqrt{400}} = 0{,}33$ et $p + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}38 + \frac{1}{\sqrt{400}} = 0{,}43$ donc $I = [0{,}33 ; 0{,}43]$

On constate que f n'appartient pas à I donc le $\boxed{\text{vendeur doit probablement remettre en cause son nouveau café}}$

III)

1) Effectifs cumulés croissants

nbre de balles/min	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
effectif	2	5	8	5	12	6	10	8	3	1
ECC	2	7	15	20	32	38	48	56	59	60

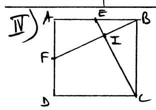
2) Moyenne : $\bar{x} = \frac{2\times10 + 5\times11 + 8\times12 + \dots + 1\times19}{60} \approx$ $\boxed{\text{14,4 balles par minute}}$

Médiane : $\frac{60+1}{2} = 30{,}5$ donc la médiane est la moyenne du 30e et du 31e termes. Méd $= \frac{14+14}{2} =$ $\boxed{\text{14 balles par minute}}$

1er quartile : $\frac{60}{4} = 15$ donc Q_1 est le 15ème terme. $\boxed{Q_1 = \text{12 balles par minute}}$

3e quartile : $\frac{3\times60}{4} = 45$ donc Q_3 est le 45ème terme. $\boxed{Q_3 = \text{16 balles par minute}}$

IV)



1) Coordonnées des points : le repère est $(D; \vec{DC}; \vec{DA})$ donc on a : $\boxed{D(0;0) ; C(1;0) \text{ et } A(0;1)}$

Par (H) ABCD est un carré donc $\vec{DB} = \vec{DC} + \vec{DA}$ donc $\boxed{B(1;1)}$

Par (H) E est le milieu de [AB] donc $\begin{cases} x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1}{2} \\ y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \end{cases}$ et F celui de [AD] donc $\begin{cases} x_F = \frac{x_A + x_D}{2} = 0 \\ y_F = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\boxed{E(\tfrac{1}{2};1) \quad F(0;\tfrac{1}{2})}$

2) Coordonnées de $\vec{BF}$ $\begin{cases} x_F - x_B = 0 - 1 = -1 \\ y_F - y_B = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \end{cases}$ donc $\boxed{\vec{BF}(-1;-\tfrac{1}{2})}$

3) Coordonnées de $\vec{BI}$ Par (H) $\vec{BI} = k\vec{BF}$ $(k \in \mathbb{R})$ donc $\begin{cases} x_{\vec{BI}} = k x_{\vec{BF}} = -k \\ y_{\vec{BI}} = k y_{\vec{BF}} = -\frac{k}{2} \end{cases}$ $\boxed{\vec{BI}(-k;-\tfrac{k}{2})}$

4) Coordonnées de I $\begin{cases} x_{\vec{BI}} = x_I - x_B \\ y_{\vec{BI}} = y_I - y_B \end{cases}$ donc $\begin{cases} -k = x_I - 1 \\ -\frac{k}{2} = y_I - 1 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_I = 1 - k \\ y_I = 1 - \frac{k}{2} \end{cases}$ $\boxed{I(1-k;1-\tfrac{k}{2})}$

5) Calculer k : Par (H), E, I et C sont alignés donc $\vec{CI}(-k;1-\frac{k}{2})$ est colinéaire à $\vec{CE}(-\frac{1}{2};1)$

donc $-k + \frac{1}{2}(1 - \frac{k}{2}) = 0$ donc $\frac{k}{4} + k = \frac{1}{2}$ donc $\frac{5}{4}k = \frac{1}{2}$ donc $\boxed{k = \frac{2}{5}}$

V)

1) $g(x) = 2(x-1)^2$ Pour tout x de $\mathbb{R}$, $g(x) = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1) = \boxed{2(x-1)^2}$

2) $h(x) = 3 - \frac{6}{x+1}$ Pour tout x de $\mathbb{R} - \{-1\}$, $h(x) = \frac{3x-3}{x+1} = \frac{3x+3-6}{x+1} = \frac{3(x+1)}{x+1} - \frac{6}{x+1} = \boxed{3 - \frac{6}{x+1}}$

3) Variations de g sur $]-\infty;1]$

Pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 \leq 1$

$g(x_1) - g(x_2) = 2x_1^2 - 4x_1 + 2 - 2x_2^2 + 4x_2 - 2$

$= 2x_1^2 - 2x_2^2 - 4x_1 + 4x_2$

$= 2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) - 4(x_1 - x_2)$

$= \boxed{2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 2)}$

Par (H) $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$

$x_1 < 1$ et $x_2 \leq 1$ donc $x_1 + x_2 < 2$ donc $x_1 + x_2 - 2 < 0$

Bilan, $g(x_1) - g(x_2) > 0$ donc $g(x_1) > g(x_2)$

donc $\boxed{\text{g est strictement décroissante sur }]-\infty;1]}$

Variations de g sur $[1;+\infty[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $1 \leq x_1 < x_2$

$g(x_1) - g(x_2) = 2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 2)$

Par (H) $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$

$x_1 \geq 1$ et $x_2 > 1$ donc $x_1 + x_2 > 2$ donc $x_1 + x_2 - 2 > 0$

Bilan $g(x_1) - g(x_2) < 0$ donc $g(x_1) < g(x_2)$

donc $\boxed{\text{g est strictement croissante sur } [1;+\infty[}$

Tableau de variations

x	$-\infty$		1		$+\infty$
g		$\searrow$	0	$\nearrow$	

4) Variations de h sur $]-\infty;-1[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 < -1$

$h(x_1) - h(x_2) = 3 - \frac{6}{x_1+1} - 3 + \frac{6}{x_2+1}$

$= \frac{-6(x_2+1) + 6(x_1+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$

$= \boxed{\frac{6(x_1 - x_2)}{(x_1+1)(x_2+1)}}$

Par (H) $\left.\begin{array}{l} x_1 < x_2 \text{ donc } x_1 - x_2 < 0 \\ x_1 < -1 \text{ donc } x_1 + 1 < 0 \\ x_2 < -1 \text{ donc } x_2 + 1 < 0 \end{array}\right\}$ donc $h(x_1) - h(x_2) < 0$ donc $h(x_1) < h(x_2)$

Bilan : $\boxed{\text{h est strictement croissante sur }]-\infty;-1[}$

Variations de h sur $]-1;+\infty[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $-1 < x_1 < x_2$

$h(x_1) - h(x_2) = \frac{6(x_1 - x_2)}{(x_1+1)(x_2+1)}$

Par (H) $\left.\begin{array}{l} x_1 < x_2 \text{ donc } x_1 - x_2 < 0 \\ x_1 > -1 \text{ donc } x_1 + 1 > 0 \\ x_2 > -1 \text{ donc } x_2 + 1 > 0 \end{array}\right\}$ donc $h(x_1) - h(x_2) < 0$ donc $h(x_1) < h(x_2)$

Bilan : $\boxed{\text{h est strictement croissante sur }]-1;+\infty[}$

Tableau de variations

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
h		$\nearrow$	‖	$\nearrow$	

5) Tableau de variations de f :

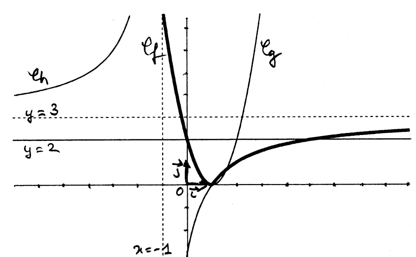
f a les variations de g sur $]-\infty;1]$ et celles de h sur $[1;+\infty[$ donc d'après 3) et 4) on a pour f :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f		$\searrow$	0	$\nearrow$	

6) Minimum de f

D'après 5) f est strictement décroissante sur $]-\infty;1]$ puis strictement croissante sur $[1;+\infty[$ avec $f(1) = 0$

donc $\boxed{\text{f admet un minimum de 0 en 1 sur } \mathbb{R}}$



8) Résoudre (I) : $f(x) \leq 2$

- graphiquement : les solutions sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés en dessous de la droite d'éq $y = 2$. $\boxed{\mathcal{S} = [0;5]}$
- algébriquement :

1er cas :

$\begin{cases} f(x) \leq 2 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4x + 2 \leq 2 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x(x-2) \leq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		0		1
$2x$		$-$	0	$+$	
$x-2$		$-$		$-$	
Π		$+$	0	$-$	

donc $\mathcal{S}_1 = [0;1]$

2ème cas :

$\begin{cases} f(x) \leq 2 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - \frac{6}{x+1} \leq 2 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-5}{x+1} \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$

x	1		5		$+\infty$
$x-5$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$+$		$+$	
Q		$-$	0	$+$	

donc $\mathcal{S}_2 = [1;+5]$

Bilan : $\boxed{\mathcal{S} = \mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2 = [0;5]}$