DS du 9X19 2^h corrigé succinct

I) Compléter

$\pi \notin \mathbb{N}$ donc $\boxed{\{1;2;3;4\} \not\subset \mathbb{N}}$

$\pi \notin \mathbb{D}$ donc $\boxed{[3;9] \not\subset \mathbb{D}}$

$\frac{3\pi-6}{2-\pi} = \frac{3(\pi-2)}{2-\pi} = -3$ donc $\boxed{\frac{3\pi-6}{2-\pi} \in \mathbb{Z}}$

$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ donc $\boxed{\frac{\sqrt{2}}{3} \notin \mathbb{Q}}$

II)

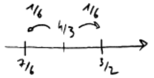
1) L'intervalle mystère est $\boxed{I = [2;5[}$

2) $x \geqslant 9$ ou $x < 2 \iff \boxed{x \in]-\infty;2[\cup [9;+\infty[}$

3) $x < 4$ et $x \geqslant -1 \iff \boxed{x \in [-1;4[}$

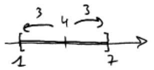
III) Résoudre dans $\mathbb{R}$

$(E_1) : \left|x - \frac{4}{3}\right| = \frac{1}{6}$



$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\frac{7}{6} ; \frac{3}{2}\right\}}$

$(I_1) : |x-4| \leq 3$



$\boxed{\mathcal{S} = [1;7]}$

IV)

P_1	P_2	$P_1 \Rightarrow P_2$; $P_2 \Rightarrow P_1$; $P_1 \Leftrightarrow P_2$?
$x > 4$	$x > 3$	$P_1 \Rightarrow P_2$
$IA = IB$	I milieu de $[AB]$	$P_2 \Rightarrow P_1$
$x \in [2;3]$	$-1 \leq x \leq 9$	$P_1 \Rightarrow P_2$
Un nombre entier est pair	Son chiffre des unités est 4	$P_2 \Rightarrow P_1$

V)

1) Développer $P(x)$

Pour tout x de $\mathbb{R}$, $P(x) = 5(x^2-9) - (x-5)(6-2x)$

$= 5x^2 - 45 - (6x - 2x^2 - 30 + 10x)$

$= 5x^2 - 45 - 16x + 2x^2 + 30$

$\boxed{P(x) = 7x^2 - 16x - 15}$

2) Factoriser $P(x)$

Pour tout x de $\mathbb{R}$, $P(x) = 5(x^2-9) - (x-5)(6-2x)$

$= 5(x-3)(x+3) - 2(x-5)(3-x)$

$= 5(x-3)(x+3) + 2(x-5)(x-3)$

$= (x-3)(5x+15+2x-10)$

$\boxed{P(x) = (x-3)(7x+5)}$

3) ⓐ Résoudre (E_2) : $P(x) = 0$

$(E_2) \iff (x-3)(7x+5) = 0$

$\iff x-3 = 0$ ou $7x+5 = 0$

$\iff x = 3$ ou $x = -\frac{5}{7}$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\frac{5}{7} ; 3\right\}}$

ⓑ Résoudre (E_3) : $P(x) = 7x+5$

$(E_3) \iff (x-3)(7x+5) = 7x+5$

$\iff (x-3)(7x+5) - (7x+5) = 0$

$\iff (7x+5)(x-3-1) = 0$

$\iff (7x+5)(x-4) = 0$

$\iff x = -\frac{5}{7}$ ou $x = 4$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\frac{5}{7} ; 4\right\}}$

4) ⓐ Factoriser $A(x)$

Pour tout x de $\mathbb{R}$, $A(x) = 9 - x^2 - (4x-12)$

$= (3-x)(3+x) - 4(x-3)$

$= (3-x)(3+x) + 4(3-x)$

$= (3-x)(3+x+4)$

$\boxed{A(x) = (3-x)(x+7)}$

ⓑ Résoudre (E_4) : $\frac{A(x)}{P(x)} = 0$

condition : $P(x) \neq 0 \iff x \neq -\frac{5}{7}$ et $x \neq 3$ (cf 3ⓐ)

$(E_4) \iff A(x) = 0$ et $x \neq -\frac{5}{7}$ et $x \neq 3$

$(E_4) \iff (3-x)(x+7) = 0$ et $x \neq -\frac{5}{7}$ et $x \neq 3$

$(E_4) \iff x = 3$ ou $x = -7$ et $x \neq -\frac{5}{7}$ et $x \neq 3$

$\boxed{\mathcal{S} = \{-7\}}$

VI) Posons : $a = 777\ 777\ 777\ 777\ 774$

1) Comparer A et B

On a : $A = \frac{a+1}{a}$ donc $A > 1$

et $B = \frac{a}{a+1}$ donc $B < 1$

$\boxed{\text{Bilan : } B < 1 < A}$

2) Calculer C

$C = A - 1 = \frac{a+1}{a} - 1 = \frac{a}{a} + \frac{1}{a} - 1 = \boxed{\frac{1}{a}}$

Calculer D

$D = 1 - B = 1 - \frac{a}{a+1} = \frac{a+1}{a+1} - \frac{a}{a+1} = \boxed{\frac{1}{a+1}}$

3) Comparer C et D

On a : $a+1 > a > 0$ donc $\frac{1}{a+1} < \frac{1}{a}$ donc $\boxed{D < C}$

4) le nombre le plus proche de 1

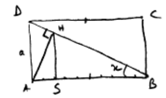
la distance de A à 1 est $|A-1| = |C| = C$

la distance de B à 1 est $|B-1| = |-D| = D$

or d'après 3) $D < C$

donc $\boxed{\text{B est plus proche de 1 que A}}$

VII



$a \in \mathbb{R}^+$

1) Déterminer BD

D'après les Ⓗ, ABD est un triangle rectangle en A

donc d'après Pythagore dans ce triangle,

$BD^2 = AD^2 + AB^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2$

or BD est une distance positive donc $\boxed{BD = \sqrt{5}\,a}$

2) Déterminer AH

Soit $\mathcal{A}$ l'aire du triangle ABD

Par Ⓗ $(AD) \perp (AB)$ donc $\mathcal{A} = \frac{AB \times AD}{2} = \frac{2a \times a}{2} = a^2$

de plus $(AH) \perp (BD)$ donc $\mathcal{A} = \frac{BD \times AH}{2} = \frac{\sqrt{5}a \times AH}{2}$

Bilan : $\frac{\sqrt{5} \times a \times AH}{2} = a^2$ donc $AH = \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{2a \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \boxed{\frac{2a\sqrt{5}}{5}}$

3) Déterminer $\tan x$

Dans le triangle ABD rectangle en A,

$\tan x = \tan \widehat{ABD} = \frac{AD}{AB} = \frac{a}{2a} = \boxed{\frac{1}{2}}$

4) Déterminer $\widehat{DAH}$

les deux triangles ABD et ADH ont l'angle $\widehat{ADB} = \widehat{ADH}$ en commun

Par Ⓗ, ils ont également tous les deux un angle droit : $\widehat{BAD} = 90° = \widehat{AHD}$

or la somme des angles d'un triangle est égale à 180°

donc les 3èmes angles de ces deux triangles sont égaux :

$\boxed{\widehat{DAH} = \widehat{ABD} = x}$

Déterminer DH

Dans le triangle ADH rectangle en H, $\tan x = \tan \widehat{DAH} = \frac{DH}{AH}$

donc d'après 2) et 3) $\frac{1}{2} = \frac{DH}{\frac{2a\sqrt{5}}{5}}$

donc $DH = \frac{2a\sqrt{5}}{2 \times 5} = \boxed{\frac{a\sqrt{5}}{5}}$

5) (SH) et (AD) sont-elles parallèles ?

Par Ⓗ $BS = 0{,}8\,BA$ donc $\frac{BS}{BA} = 0{,}8 = \frac{4}{5}$

D'après 4) $DH = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ et d'après 1) $BD = \sqrt{5}\,a$

Par Ⓗ $H \in [BD]$ donc $BH = BD - DH$

$= \sqrt{5}\,a - \frac{a\sqrt{5}}{5}$

$= a\sqrt{5}\left(1 - \frac{1}{5}\right)$

donc $BH = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$

donc $\frac{BH}{BD} = \frac{\frac{4a\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5}a} = \frac{4a\sqrt{5}}{5a\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$

Bilan, dans le triangle ABD, on a :

B, D et H sont alignés dans le même ordre que B, S et A

et $\frac{BH}{BD} = \frac{BS}{BA}$

donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,

$\boxed{(HS) \parallel (AD)}$

VIII Effectif total du corps d'armée

Appelons x le nombre de rangées de la petite légion. $x \in \mathbb{N}$

L'effectif de la petite légion est alors : x^2

L'effectif de la grande légion est : $(x+7)^2$

L'écart entre ces deux effectifs est :

$(E) : (x+7)^2 - x^2 = 217$

$(E) \iff \cancel{x^2} + 14x + 49 - \cancel{x^2} = 217$

$(E) \iff 14x = 168$

$(E) \iff x = 12$ $(12 \in \mathbb{N})$

L'effectif total du corps d'armée est donc :

$12^2 + (12^2 + 217) = 144 + 144 + 217 = 505$

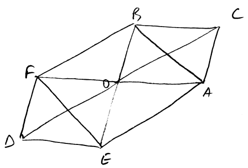
$\boxed{\text{Il y a 505 hommes dans ce corps d'armée}}$

2G DS du 17XI15 2h corrigé succinct

I)

(P)	(Q)	Relation
$(x+5)(x+1)=(3x-2)(x+1)$	$x+5=3x-2$	$(Q) \Rightarrow (P)$
$(x+3)(x^2+1)=(x^2+1)(4x-1)$	$x+3=4x-1$	$(P) \Leftrightarrow (Q)$
$(2x-3)^2=(3x-1)^2$	$2x-3=3x-1$	$(Q) \Rightarrow (P)$
$\dfrac{4x-3}{x^2-4}=0$	$x=\dfrac{4}{3}$	$(P) \Leftrightarrow (Q)$
Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x)=0$	Pour tout x de $[-3\,;+\infty[$, $f(x)=0$	$(P) \Rightarrow (Q)$
$x \in I \cap J$	$x \in I \cup J$	$(P) \Rightarrow (Q)$
$(x-4)^2 \geq 0$	$x \in \,]-\infty\,;4]$	$(Q) \Rightarrow (P)$
$1{,}19 \leq x \leq 1{,}23$	$1{,}1 \leq x \leq 1{,}3$	$(P) \Rightarrow (Q)$

II)



1) Montrer que O est le milieu de [CD]

Par (H) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

donc $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

donc $\boxed{\text{O est le milieu de [CD]}}$

2) Montrer que ABFE est un parallélogramme

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{OF}$

$=\overrightarrow{AO}+\cancel{\overrightarrow{DO}}+\overrightarrow{OB}+\cancel{\overrightarrow{OD}}$ (par (H) $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$)

$=\overrightarrow{AB}$

donc $\boxed{\text{ABFE est un parallélogramme}}$

III) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

(E_1) : $4x^2+4x+1+(2x+1)(x-1)=4x+2$

$(E_1) \Leftrightarrow (2x+1)^2+(2x+1)(x-1)-2(2x+1)=0$

$(E_1) \Leftrightarrow (2x+1)(2x+1+x-1-2)=0$

$(E_1) \Leftrightarrow (2x+1)(3x-2)=0$

$(E_1) \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$ ou $x=\frac{2}{3}$

$\boxed{\mathcal{S}=\left\{-\frac{1}{2}\,;\frac{2}{3}\right\}}$

(E_2) : $\dfrac{x+1}{x+2}=x+1$ condition : $x \neq -2$

$(E_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=(x+1)(x+2) \\ x \neq -2 \end{cases}$

$(E_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1-(x+1)(x+2)=0 \\ x \neq -2 \end{cases}$

$(E_2) \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(1-x-2)=0 \\ x \neq -2 \end{cases}$

$(E_2) \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(-x-1)=0 \\ x \neq -2 \end{cases}$

$(E_2) \Leftrightarrow \begin{cases} -(x+1)^2=0 \\ x \neq -2 \end{cases}$

$(E_2) \Leftrightarrow x=-1$

$\boxed{\mathcal{S}=\{-1\}}$

(E_3) : $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-9}=0$ condition : $x^2-9 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$ et $x \neq 3$

$(E_3) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)}=0 \\ x \neq -3 \text{ et } x \neq 3 \end{cases}$

$(E_3) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-3}{x+3}=0 \\ x \neq -3 \text{ et } x \neq 3 \end{cases}$

$(E_3) \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x \neq -3 \text{ et } x \neq 3 \end{cases}$

$\boxed{\mathcal{S}=\emptyset}$

IV) 1) Démontrer une égalité

Pour tout x de $\mathbb{R}$, on a

d'une part : $x-2(x-1)^2=x-2(x^2-2x+1)$
$=x-2x^2+4x-2$
$=-2x^2+5x-2$

et d'autre part : $(x-2)(1-2x)=x-2x^2-2+4x$
$=-2x^2+5x-2$

Donc on a bien $\boxed{x-2(x-1)^2=(x-2)(1-2x)}$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$

(E_4) : $x-2(x-1)^2=(3-6x)(1-2x)$

$(E_4) \Leftrightarrow (x-2)(1-2x)=3(1-2x)^2$

$(E_4) \Leftrightarrow (x-2)(1-2x)-3(1-2x)^2=0$

$(E_4) \Leftrightarrow (1-2x)(x-2-3(1-2x))=0$

$(E_4) \Leftrightarrow (1-2x)(x-2-3+6x)=0$

$(E_4) \Leftrightarrow (1-2x)(7x-5)=0$

$(E_4) \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ ou $x=\frac{5}{7}$

$\boxed{\mathcal{S}=\left\{\frac{1}{2}\,;\frac{5}{7}\right\}}$

(E_5) : $\dfrac{x-2(x-1)^2}{4-x^2}=4x-2$ condition : $4-x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ et $x \neq -2$

$(E_5) \Leftrightarrow \dfrac{(x-2)(1-2x)}{(2-x)(2+x)}=2(2x-1)$ et $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$(E_5) \Leftrightarrow \dfrac{2x-1}{x+2}=2(2x-1)$ et $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$(E_5) \Leftrightarrow 2x-1=2(2x-1)(x+2)$ et $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$(E_5) \Leftrightarrow (2x-1)-2(2x-1)(x+2)=0$ et $x \neq 2$ et $x \neq -2$

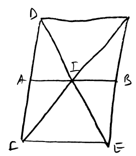
$(E_5) \Leftrightarrow (2x-1)(1-2(x+2))=0$ et $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$(E_5) \Leftrightarrow (2x-1)(-2x-3)=0$ et $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$(E_5) \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ ou $x=-\frac{3}{2}$

$\boxed{\mathcal{S}=\left\{-\frac{3}{2}\,;\frac{1}{2}\right\}}$

V)



1) Coordonnées des points

A est l'origine du repère donc $\boxed{A(0;0)}$

$\overrightarrow{AB}=1\times\overrightarrow{AB}+0\times\overrightarrow{AD}$ donc $\boxed{B(1;0)}$

Par (H) ABCD est un parallélogramme

donc $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ donc $\boxed{C(1;1)}$

$\overrightarrow{AD}=0\times\overrightarrow{AB}+1\times\overrightarrow{AD}$ donc $\boxed{D(0;1)}$

Par (H) E est le symétrique de C par rapport à B

donc B est le milieu de [EC]

donc $\begin{cases} x_B=\dfrac{x_E+x_C}{2} \\ y_B=\dfrac{y_E+y_C}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} 1=\dfrac{x_E+1}{2} \\ 0=\dfrac{y_E+1}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_E=1 \\ y_E=-1 \end{cases}$

$\boxed{E(1;-1)}$

2) Nature de DCEF

D'après 1) on a : $D(0;1)$ et $C(1;1)$ donc $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

et $F(0;-1)$ et $E(1;-1)$ donc $\overrightarrow{FE}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

donc $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{FE}$

donc $\boxed{\text{DCEF est un parallélogramme}}$

3) Montrer que F est symétrique de D par rapport à A

Par (H) $F(0;-1)$ donc $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AF}=-\overrightarrow{AD}$

donc $\boxed{\text{F est le symétrique de D par rapport à A}}$

4) Coordonnées de I

D'après 2) DCEF est un parallélogramme donc ses diagonales [DE] et [CF] se coupent en leur milieu

donc I leur intersection est le milieu de [DE]

donc $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_D+x_E}{2}=\dfrac{0+1}{2}=\dfrac{1}{2} \\ y_I=\dfrac{y_D+y_E}{2}=\dfrac{1-1}{2}=0 \end{cases}$ donc $\boxed{I\left(\frac{1}{2};0\right)}$

VI 1) Mise en équation

On appelle x le nombre total d'employés. $x \in \mathbb{N}$ et $x>4$

Si on exclut les responsables de secteurs la part payée à chacun sera $\dfrac{9600}{x-4}$

Si on ne les exclut pas, cette part sera $\dfrac{9600}{x}$

L'augmentation de 80 € se traduit alors par :

(E) : $\dfrac{9600}{x-4}=\dfrac{9600}{x}+80$ avec $x \in \mathbb{N}$ et $x>4$

Simplifions cette équation :

$(E) \Leftrightarrow \dfrac{120}{x-4}=\dfrac{120}{x}+1$ et $x \in \mathbb{N}$ et $x>4$

$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{120x}{x(x-4)}=\dfrac{120(x-4)}{x(x-4)}+\dfrac{x(x-4)}{x(x-4)} \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x>4 \end{cases}$

$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} 120x=120(x-4)+x(x-4) \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x>4 \end{cases}$

$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{120x}=\cancel{120x}-480+x^2-4x \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x>4 \end{cases}$

$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x-480=0 \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x>4 \end{cases}$

Le problème revient donc bien à résoudre $\boxed{x^2-4x-480=0}$ dans le cas où $x \in \mathbb{N}$ et $x>4$

2) Factorisation de $x^2-4x-480$

Pour tout x de $\mathbb{R}$,

$x^2-4x-480=(x-2)^2-4-480$
$=(x-2)^2-484$
$=(x-2)^2-22^2$
$=(x-2-22)(x-2+22)$
$=(x-24)(x+20)$

Bilan : $\boxed{x^2-4x-480=(x-24)(x+20)}$

3) Conclure

Résolvons l'équation du 1) :

$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} (x-24)(x+20)=0 \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x>4 \end{cases}$

$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} x=24 \text{ ou } x=-20 \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x>4 \end{cases}$

$(E) \Leftrightarrow x=24$

Il y a donc $\boxed{\text{24 employés dans l'entreprise}}$

Calculatrice autorisée	**CORRIGE DE LA COMPOSITION DE SECONDE**	Mardi 4 nov 2014 – Durée : 2h00

Exercice I

Compléter la colonne de droite

(P)	(Q)	(P)⟹(Q) ou(Q)⟹(P)ou(P)⟺(Q)
$(x-4)^2(x+2)=0$	$x=4$	(Q)⟹(P) -2 est également solution de (P)
$y\in\mathbb{R}^+\cap\mathbb{Z}$	$y\in\mathbb{N}$	(P)⟺(Q)
$x\in\,]-\infty;-1]$	$x\in\,]-\infty;-\sqrt{2}]$	(Q)⟹(P) 2ème intervalle contenu dans le 1er.
$(AB)//(CD)$	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$	(Q)⟹(P) (AB)//(CD) ne signifie pas que AB=CD
$C\in[KL]$	$\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{CL}=\overrightarrow{KL}$	(P)⟹(Q) la relation de Chasles est toujours vraie, même sans alignement.
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AI}$	I milieu de $[BC]$	(P)⟺(Q) se démontre avec la relation de Chasles
$x\geq 3$ ou $x<5$	$x\in[3;5]$	(Q)⟹(P) 2ème intervalle contenu dans le 1er.
$BC=CD$	$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CD}$	(Q)⟹(P) BC=CD ne veut pas dire que (BC)//(CD)

Exercice II

a) Compléter le tableau suivant en traduisant chaque situation géométrique par une égalité vectorielle :

Situation géométrique	Egalité vectorielle
$PQRS$ est un parallélogramme	$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{SR}$
D' est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{ZU}$	$\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{ZU}$
T est le symétrique de C par rapport à N	$\overrightarrow{NT}=-\overrightarrow{NC}$

b) Compléter le tableau suivant en traduisant chaque égalité vectorielle par une situation géométrique :

Situation géométrique	Egalité vectorielle
E est le milieu de [KS]	$\overrightarrow{EK}+\overrightarrow{ES}=\vec{0}$
GHOI est un parallélogramme	$\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{GI}=\overrightarrow{GO}$
(DM)//(EC)	$\overrightarrow{DM}=k\overrightarrow{EC},\ k\in\mathbb{R}^*, E\neq C$

Exercice III

1) En choisissant comme valeur initiale p = 2, on a :

Instruction	p	c
c prend la valeur de p − 1	2	1
p prend la valeur de p + 1	3	1
p prend la valeur de p×p − c×c	8	1

L'algorithme affiche donc 8

2) Quel que soit p, le calcul effectué par l'algorithme est :

$(p+1)^2-(p-1)^2=(p+1+p-1)(p+1-p+1)=4p$

Exercice IV : Résoudre dans $\mathbb{R}$

$(E_1): 49x^2-9=-2(6-14x)(x+1)$

$(E_1)\Leftrightarrow(7x-3)(7x+3)=-4(3-7x)(x+1)$

$(E_1)\Leftrightarrow(7x-3)(7x+3)=4(7x-3)(x+1)$

$(E_1)\Leftrightarrow(7x-3)(7x+3)-4(7x-3)(x+1)=0$

$(E_1)\Leftrightarrow(7x-3)(7x+3-4x-4)=0$

$(E_1)\Leftrightarrow(7x-3)(3x-1)=0$

$(E_1)\Leftrightarrow x=\frac{3}{7}$ ou $x=\frac{1}{3}$

Donc $S=\left\{\frac{3}{7};\frac{1}{3}\right\}$

$(E_2): \frac{3}{x-1}-\frac{7-x^2}{(x-1)(x+2)}=\frac{1}{x+2}$

Conditions : $x\neq-2$ et $x\neq 1$

$(E_2)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3(x+2)}{(x-1)(x+2)}-\frac{7-x^2}{(x-1)(x+2)}-\frac{x-1}{(x+2)(x-1)}=0\\ x\neq-2 \text{ et } x\neq 1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3x+6-7+x^2-x+1}{(x-1)(x+2)}=0\\ x\neq-2 \text{ et } x\neq 1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2x=0\\ x\neq-2 \text{ et } x\neq 1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow\begin{cases}x(x+2)=0\\ x\neq-2 \text{ et } x\neq 1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow\begin{cases}x=0 \text{ ou } x=-2\\ x\neq-2 \text{ et } x\neq 1\end{cases}$

Donc $S=\{0\}$

$(E_3):\ (2x^2+3x-4)^2=(2x^2+x+5)^2$

$(E_3)\Leftrightarrow(2x^2+3x-4-2x^2-x-5)(2x^2+3x-4+2x^2+x+5)=0$

$(E_3)\Leftrightarrow(2x-9)(4x^2+4x+1)=0$

$(E_3)\Leftrightarrow(2x-9)(2x+1)^2=0$

$(E_3)\Leftrightarrow x=\frac{9}{2}$ ou $x=-\frac{1}{2}$

Donc $S=\left\{-\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right\}$

Exercice V

1) Vérification de l'égalité :

Soient a et b deux réels quelconques.

$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+a^2b-a^2b-ab^2+ab^2+b^3=a^3+b^3$.

2) Résoudre (E) : $x^3+8=-4x^2+16$

$(E)\Leftrightarrow(x+2)(x^2-2x+4)=(4-2x)(4+2x)$

$(E)\Leftrightarrow(x+2)(x^2-2x+4)-(4-2x)(4+2x)=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+2)(x^2-2x+4)-4(2-x)(2+x)=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+2)(x^2-2x+4-8+4x)=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+2)(x^2+2x-4)=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+2)[(x+1)^2-5]=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+2)(x+1-\sqrt{5})(x+1+\sqrt{5})=0$

$(E)\Leftrightarrow x=-2$ ou $x=-1+\sqrt{5}$ ou $x=-1-\sqrt{5}$

$S=\{-1-\sqrt{5};-2;-1+\sqrt{5}\}$

Exercice VI

1) Montrer que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}$.

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}$

or par hypothèse : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{MN}=-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{MN}=-2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}$

Donc $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}$

2) A quelle condition sur le quadrilatère $ABDC$ les points M et N sont-ils confondus ?

M et N confondus $\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow$ ABDC est un parallélogramme

Exercice VII

1) Déterminer le(s) réel(s) x tel(s) que le produit de la somme du double de x et de 3 par la différence de la moitié de x et de 5 soit égal au carré de x.

Trouver de tels réels revient à résoudre :

$(E_4):(2x+3)\left(\frac{x}{2}-5\right)=x^2$

$(E_4)\Leftrightarrow x^2-10x+\frac{3}{2}x-15=x^2$

$(E_4)\Leftrightarrow-\frac{17}{2}x-15=0$

$(E_4)\Leftrightarrow x=-\frac{30}{17}$

Il n'y a qu'un seul réel x qui convienne : $x=-\frac{30}{17}$

2) Existe-t-il un nombre x tel que le quotient de la différence de x et de 5 par 2 soit égal à l'inverse de la somme de x et de 5 ?

Trouver un tel réel revient à résoudre :

$(E_5):\frac{x-5}{2}=\frac{1}{x+5}$

$(E_5)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x-5}{2}-\frac{1}{x+5}=0\\ x\neq-5\end{cases}$

$(E_5)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x^2-27}{2(x+5)}=0\\ x\neq-5\end{cases}$

$(E_5)\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\sqrt{3} \text{ ou } x=-3\sqrt{3}\\ x\neq-5\end{cases}$

Deux réels conviennent : $3\sqrt{3}$ et $-3\sqrt{3}$

3) Trouver les nombres réels dont le double est égal au cube.

Trouver de tels réels revient à résoudre :

$(E_6):2x=x^3$

$(E_6)\Leftrightarrow 2x-x^3=0$

$(E_6)\Leftrightarrow x(2-x^2)=0$

$(E_6)\Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\sqrt{2}$ ou $x=\sqrt{2}$

Trois réels conviennent : 0 ; $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$