

I) 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $4x^2 - 9 - 2(2x - 3) + x(2x - 3) = 0$

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E') :  $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{4x^2 + 8x + 16}{x^2 - 4}$

II) Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

**Partie A :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -2x^2 + 8x$ .

- 1) Pour tout réel  $x$ , montrer que :  $8 - f(x) = 2(x - 2)^2$ .
- 2) En déduire que la fonction  $f$  admet un extremum sur  $\mathbb{R}$  que l'on précisera.
- 3) Étudier les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  puis dresser le tableau de variations de  $f$ .
- 4) Représenter la courbe représentative de  $f$  notée  $C_f$  sur l'intervalle  $[-1 ; 5]$  dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , d'unités 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.
- 5) Résoudre graphiquement  $f(x) > 6$ .

**Partie B :**

Soit ABCD un carré de 4cm de côté. Les points M, N, P et Q appartiennent respectivement aux segments [AB], [BC], [CD], [DA] et sont tels que  $AM = CN = CP = AQ = x$ .

- 1) Faire une figure.
- 2) A quel intervalle doit appartenir le réel  $x$  ? (Justifier)
- 3) Exprimer les aires des triangles AMQ et BMN en fonction de  $x$ .
- 4) Montrer que pour tout  $x$  de  $[0 ; 4]$  l'aire du quadrilatère MNPQ est égale à  $f(x)$ .
- 5) En déduire la valeur de  $x$  pour laquelle le quadrilatère MNPQ est le plus grand possible.
- 6) En déduire également les valeurs de  $x$  pour lesquelles MNPQ a une aire strictement supérieure à 6 cm<sup>2</sup>.

**Partie C :**

Dans cette partie, on utilise à nouveau la figure de la partie B.

1) On pose  $\vec{i} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$  et  $\vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ .

Montrer que  $(A; \vec{i}; \vec{j})$  est un repère orthonormé du plan.

- 2) Justifier les coordonnées de tous les points de la figure dans ce repère.
- 3) Montrer que le quadrilatère MNPQ est un rectangle.
- 4) Montrer que, quel que soit la position du point M sur le segment [AB], le centre du carré ABCD et celui du rectangle MNPQ sont confondus.

III) Soient A, B et C trois points quelconques du plan.

On définit les points M, N et P par :  $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AC}$  ;  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  ;  $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

- 1) Faire une figure
- 2) Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{MN}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .
- 3) Montrer à l'aide de la relation de Chasles que  $\overrightarrow{MP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$
- 4) Quelle relation peut-on en déduire entre les vecteurs  $\overrightarrow{MN}$  et  $\overrightarrow{MP}$  ?  
Que peut-on en déduire pour les points M, N et P ?

IV) Depuis leur dernière rencontre avec Lucky Luke, les célèbres Joe Dalton et Billy the Kid sont tous les deux en prison sous la surveillance attentive de Rantanplan. Pour passer le temps, ils décident de jouer aux dés. Pour cela ils lancent deux dés non truqués et font le **produit** des nombres obtenus.

**Partie A :**

- 1) Définir un univers équiprobable de cette expérience aléatoire. On pourra s'aider d'un tableau à double entrée.
- 2) Joe dit : « 36 est le plus grand nombre que tu peux obtenir. Si tu obtiens au moins la moitié, tu gagnes, sinon je gagne ». (Exemple avec 4 et 5 :  $4 \times 5 = 20$  or  $20 \geq 18$  donc Billy gagne).  
Déterminer la probabilité que Joe gagne.
- 3) Billy décide de changer la règle et dit : « Si tu obtiens un nombre impair, tu gagnes, sinon je gagne ». (Exemple avec 4 et 5 :  $4 \times 5 = 20$  or 20 est pair donc Billy gagne).  
Déterminer la probabilité que Billy gagne.

**Partie B :**

- 1) On considère l'algorithme ci-contre.  
Quelle(s) variable(s) a-t-on oublié d'initialiser ?
- 2) Que renvoie cet algorithme ? (faire le lien avec la partie A)
- 3) On a exécuté plusieurs fois cet algorithme et il a affiché respectivement :  
0,736 – 0,703 – 0,741 – 0,720 – 0,737.  
Ces résultats sont-ils surprenants ?
- 4) On suppose que lorsque Billy gagne, Joe lui donne 2\$ et lorsque Billy perd, il donne 1\$ à Joe. Modifier l'algorithme pour que ce dernier renvoie le gain de Joe pour l'ensemble des 1000 parties.

```

Pour I allant de 1 à 1000
  D = entier aléatoire entre 1 et 6
  E = entier aléatoire entre 1 et 6
  Si D×E < 18
    J = J+1
  Fin Si
Fin Pour
Afficher J/1000
    
```