FONCTIONS 1 — 4.1

Ex 1 - On définit la fonction f par : $x \longmapsto \dfrac{x}{x-1}$

1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de f.
2) Calculer les images de 0 ; 1 et 3/2.
3) Déterminer le ou les antécédents de 0 et 1.
4) Tracer Cf.

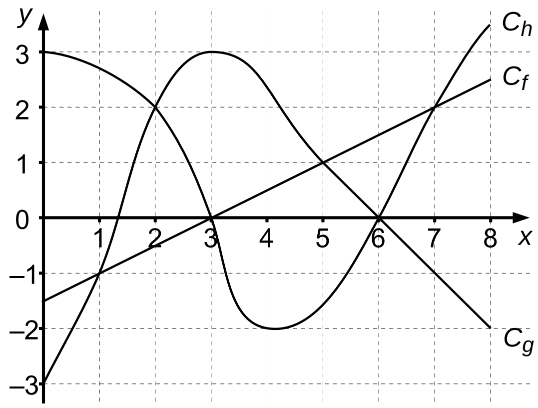
Ex 2 - Soit f la fonction définie par $x \longmapsto \dfrac{1}{x^2-1}$

1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de f.
2) Calculer les images de 0 ; –1 et 10.
3) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0	0,5	0,8	1,2	1,5	2	3
$f(x)$							

4) Représenter graphiquement f.
5) Lire graphiquement le ou les antécédents de 2.
6) Déterminer par le calcul les antécédents de – 4/3.

Ex 3 - Soient f, g et h, 3 fonctions définies sur [0 ; 8]



Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

1) $f(x) \leqslant g(x)$
2) $g(x) \leqslant h(x)$
3) $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$
4) $f(x) \geqslant g(x) \geqslant h(x)$

Ex 4 - Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2}{x-\pi}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Déterminer les images de 0 et 2π.
3) Déterminer le ou les antécédents de 2 et 0.
4) Tracer la représentation graphique de f.
5) Résoudre graphiquement $f(x) = -3$
6) Résoudre par le calcul $f(x) = -3$
7) Résoudre graphiquement $f(x) < -x + 3$

Ex 5 - Soient f et g les fonctions définies sur [–4 ; 4] par : $f(x) = (2-x)(x^2+x-7)$ et $g(x) = 4 - x^2$

1) Représenter graphiquement f et g.
2) Résoudre graphiquement puis algébriquement $f(x) = g(x)$
3) Résoudre graphiquement $f(x) \leqslant g(x)$

Ex 6 - Soit f la fonction définie par $x \longmapsto \dfrac{2x}{x^2+1}$

1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de f.
2) Représenter graphiquement f.
3) Calculer les images de 0 et 1.
4) Calculer les antécédents de 0 et 1.
5) Résoudre graphiquement puis algébriquement : $f(x) = \dfrac{x}{5}$
6) Résoudre graphiquement $f(x) > \dfrac{x}{5}$
7) Déduire de la courbe Cf un encadrement de $f(x)$.

Ex 7 - Soit f la fonction définie par $x \longmapsto \dfrac{1-x^2}{1-x}$

et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \longmapsto x^2$

1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de f et simplifier l'expression $f(x)$.
2) Représenter graphiquement f et g.
3) Résoudre $f(x) = 2$
4) Résoudre graphiquement $f(x) > g(x)$

Ex 8 - Soit f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $x \longmapsto \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2 - 3$

1) Déterminer les images de –1 ; 0,5 et $\dfrac{1}{\pi-1}$.
2) Le nombre 2 est-il un antécédent de $-\dfrac{3}{4}$ par f ?
3) Le point A(–1 ; –3) appartient-il à Cf ?
   Et le point $B\left(\dfrac{1}{\pi-1} ; 6{,}8696\right)$?
4) Tracer Cf dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ d'unité 1 cm.
5) Résoudre graphiquement $f(x) > x$.

Ex 9 - Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB=4 et AC=8 et M un point de [AB]. La parallèle à (AC) passant par M coupe (BC) en N et la parallèle à (AB) passant par N coupe (AC) en P. On pose AM=x et on appelle $f(x)$ l'aire du rectangle AMNP et $g(x)$ l'aire du triangle CPN rectangle en P.

1) Déterminer D l'ensemble de définition de f et g.
2) Montrer que $PA = 2(4-x)$.
3) Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.
4) Tracer Cf et Cg.
5) Déduire du graphique la position de M pour laquelle le rectangle AMNP est le plus grand possible.
6) Déduire de même les positions de M pour lesquelles AMNP est plus grand que CPN.