Nom :

I) **QCM :** Cocher la bonne réponse (+0,5 point par bonne réponse et -0,5 point par mauvaise réponse)

	VRAI	FAUX
Si $x<2$ alors $x^2>25$		
Si $x<-5$ alors $x^2>25$		
Si $-3<x<4$ alors $9<x^2<25$		
Si $x<3$ alors $x^2<9$		
Si $x^2<9$ alors $x<3$		
Si $x>4$ alors $\frac{1}{x}<\frac{1}{4}$		
Si $-3<x<0$ alors $-\frac{1}{3}>\frac{1}{x}$		
Les carrés de deux nombres sont rangés dans le même ordre que ces nombres.		
Les inverses de nombres strictement positifs sont rangés dans l'ordre contraire.		
Les inverses de deux nombres de signes contraires sont rangés dans l'ordre contraire.		

II) **Partie A :** *Aucune figure n'est demandée dans cet exercice.*

Soit la fonction *f* : $x \mapsto 2x^2-4x-6$, de courbe représentative *Cf*.

1) Montrer que, pour tout *x* de $\mathbb{R}$, $f(x)=2(x-1)^2-8$
2) Montrer que *f* admet un extremum sur $\mathbb{R}$ que l'on précisera.
3) Étudier les variations de *f* sur]–∞ ; 1], puis sur [1 ; +∞[. Dresser le tableau de variations de *f*.
4) Étudier le signe de *f* sur $\mathbb{R}$.
5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de *Cf* avec les axes.
6) On considère les points A(–2 ; 10) et B(2 ; 2) et *h* la fonction : $x \mapsto -2x+6$
   a) Les points A et B appartiennent-ils à la courbe représentative de *h* ? Justifier.
   b) Déterminer le sens de variation de *h*.
   c) Déterminer les positions relatives de *Cf* et (AB).

Partie B :

Soit la fonction *g* : $x \mapsto \frac{2x-6}{6x+1}$, de courbe représentative *Cg*.

1) Déterminer le domaine de définition *Dg* de la fonction *g*.
2) Montrer que, pour tout *x* de *Dg*, $g(x)=\frac{1}{3}-\frac{19/3}{6x+1}$.
3) On admettra que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle]–∞ ; – 1/6[.
   Étudier par encadrements successifs le sens de variation de *g* sur l'intervalle]– 1/6 ; +∞[.
   Dresser le tableau de variations de *g*.
4) a) Résoudre graphiquement l'équation *f*(*x*) = *g*(*x*) sur *Dg*.
   b) Résoudre algébriquement l'équation *f*(*x*) = *g*(*x*) sur *Dg*.

BARÈME PROBABLE : I) 5pts II) Partie A 9pts Partie B 6pts

Nom :

I) **Question de cours :**

1) a) Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$. ($m \in \mathbb{R}$ et $p \in \mathbb{R}$)
Donner, sans justifier, le sens de variation de f en fonction de m et p.
b) Donner, sans justifier, le tableau de variation de la fonction carré.
c) Donner, sans justifier, le tableau de variation de la fonction inverse.

2) Sans calculs, **et en utilisant les résultats du 1)** :
a) Comparer $\left(-1-\sqrt{3}\right)^2$ et $\left(-2-\sqrt{3}\right)^2$ b) Comparer $\dfrac{1}{-\pi+2}$ et $\dfrac{1}{-3{,}14+2}$

II) **Partie A : Étude d'une fonction** *Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.*

Soit la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x^2+4}{x^2+1}$

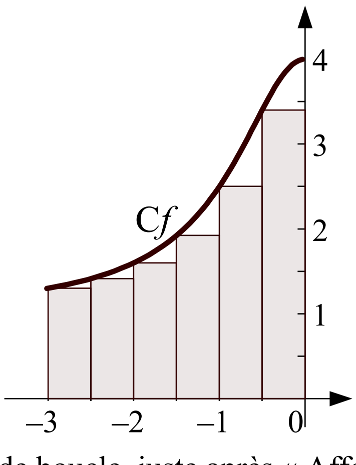
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. On appelle Cf la courbe représentative de la fonction f.

1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de f.
2) Montrer que, pour tout réel x de Df : $f(x)=1+\dfrac{3}{x^2+1}$
3) Montrer que f admet un maximum sur $\mathbb{R}$ que l'on précisera.
4) Déterminer le sens de variation de f sur $]-\infty\,;0]$ en utilisant la méthode des encadrements successifs.
5) Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de Cf avec l'axe des abscisses.
6) a) Montrer que pour tout réel x, on a : $x^2+x+1=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}$
b) En déduire les positions relatives de Cf et de la droite d d'équation $y = 3x+4$.

Partie B : Approximation d'une aire par la méthode des rectangles

On souhaite connaître l'aire comprise entre Cf et l'axe des abscisses sur l'intervalle $[-3\,;0]$.
Pour cela, on découpe ci-dessous cet intervalle $[-3\,;0]$ en petits intervalles de même largeur et on calcule l'aire des rectangles grisés.
Pour automatiser ce calcul, on écrit l'algorithme suivant :

```
Affecter à S la valeur 0
Affecter à d la valeur 0,5
Affecter à x la valeur –3
Tant que x<0
    Affecter à y la valeur de (x²+4)/(x²+1)
    Affecter à S la valeur de S+y×d
    Affecter à x la valeur de x+d
Fin tant que
Afficher S
```



1) Compléter le tableau ci-dessous en changeant de colonne à chaque fin de boucle, juste après « Affecter à x la valeur de x+d ». (Arrondir au dixième les valeurs de y)

y	1,3					
S	0,65					
x	−2,5					

Quelle est la valeur retournée en fin d'algorithme ?

2) Que représente la variable d ? le calcul y×d ? la variable S ?
3) Pour l'instant l'approximation est grossière. Quelle variable faut-il modifier pour la rendre plus précise ?
4) Programmer cet algorithme sur votre calculatrice et le recopier sur votre copie.
Donner une approximation de l'aire recherchée au dixième près.