RAPPELS DE GÉOMÉTRIE PLANE

I) PARALLÉLOGRAMMES

1) Un quadrilatère dont :

- les côtés opposés sont parallèles est un
- les côtés opposés sont de même longueur est un
- deux côtés consécutifs sont de même longueur est un
- deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur est un
- les quatre côtés sont de même longueur est un
- les diagonales se coupent en leur milieu est un
- les diagonales sont de même longueur est un
- les diagonales sont perpendiculaires est un
- un angle est droit est un
- trois angles sont droits est un

2) Un parallélogramme dont :

-
-
-
-

3) Un rectangle dont :

-
-

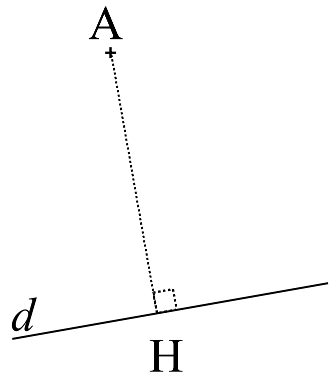
4) Un losange dont :

-
-

II) PROJETÉ ORTHOGONAL D'UN POINT SUR UNE DROITE

1) Définition

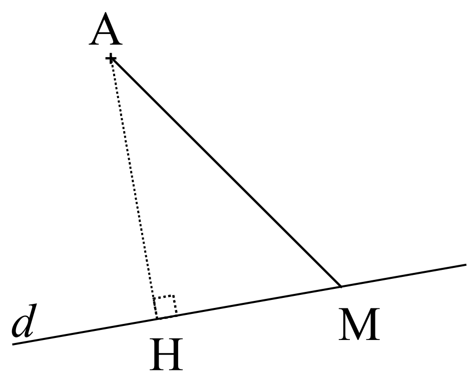
Soit une droite *d* et un point A qui n'est pas sur cette droite.
On appelle projeté orthogonal de A sur *d* le point d'intersection de *d* avec la perpendiculaire à *d* passant par A.



2) Propriété

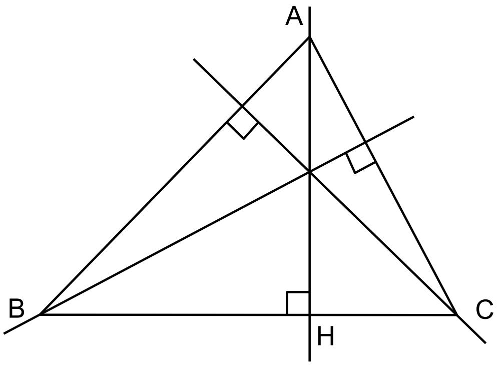
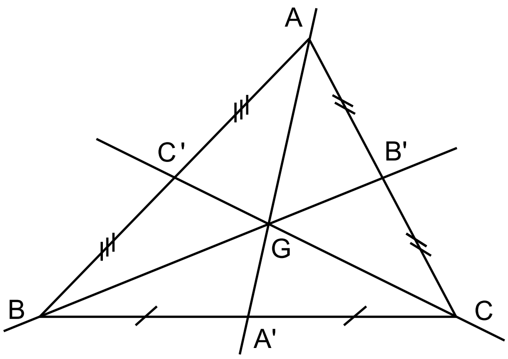
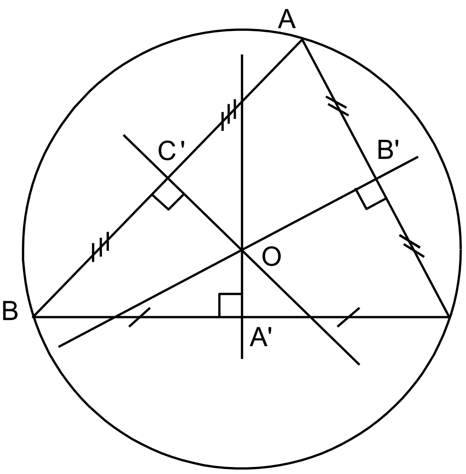
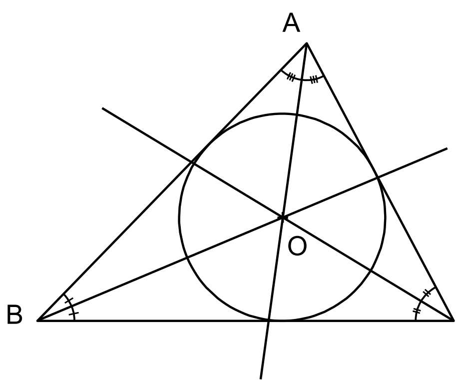
La distance la plus courte entre un point A et une droite *d* est la distance entre A et son projeté orthogonal sur *d*.

Démonstration :
Soit H le projeté orthogonal de A sur *d* et M un point de *d* distinct de H.
Le triangle AHM est alors rectangle en H et la distance AM est son hypoténuse. Or, d'après le théorème de Pythagore, l'hypoténuse d'un triangle rectangle est le plus grand de ses côtés donc : AM > AH.
AH est donc bien la plus petite distance possible entre A et un point de *d*.



III) DROITES REMARQUABLES D'UN TRIANGLE

1) Définitions et points de concours

Figure	Définition	Point de concours
	Les hauteurs d'un triangle sont les droites	
	Les médianes d'un triangle sont les droites	
	La médiatrice d'un segment est la droite	
	La bissectrice d'un angle est la demi-droite	

2) Propriétés :

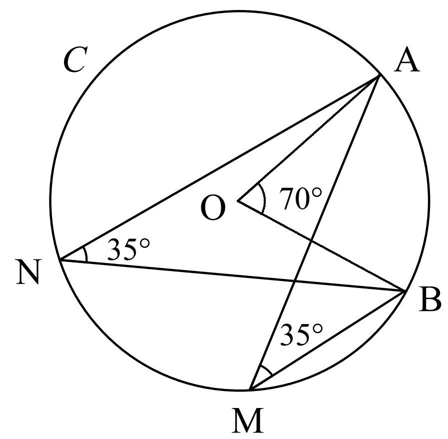
- Le centre de gravité d'un triangle se trouve aux 2/3 de chaque médiane en partant du sommet.
- Tout point appartenant à la médiatrice d'un segment, est équidistant des
  (et réciproquement)
- Tout point appartenant à la bissectrice d'un angle, est équidistant des
  (et réciproquement)

3) Remarques

- Dans la première figure ci-dessus, le point H est le projeté orthogonal de A sur (BC). On l'appelle « pied de la hauteur issue de A »
- Quels sont les points de concours ci-dessus qui peuvent être à l'extérieur du triangle ? (Faire une figure pour chaque type de point de concours)

IV) DANS UN CERCLE

1) Angles inscrits, angles au centre



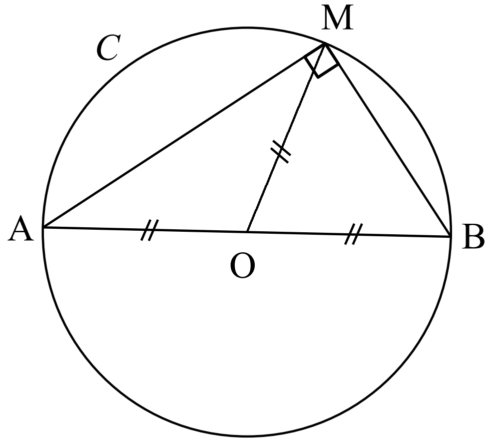
Hypothèses :
- Les angles $\widehat{ANB}$ et $\widehat{AMB}$ sont inscrits dans *C*
- Ils interceptent

donc $\widehat{ANB} = \widehat{AMB}$

Hypothèses :
- L'angle $\widehat{ANB}$ est inscrit dans *C*
- L'angle $\widehat{AOB}$ est son

donc $\widehat{ANB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$

2) Conséquence : Triangle rectangle inscrit dans un cercle



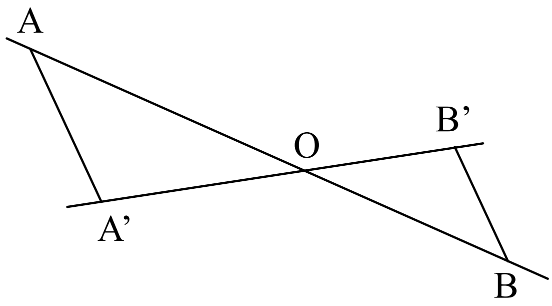
Hypothèses :
- Le triangle AMB est inscrit dans *C*
- Son côté [AB] est

donc AMB est rectangle en M

Hypothèses :
- Le triangle AMB est rectangle en M
- *C* est son cercle circonscrit

donc son hypoténuse [AB] est

V) THÉORÈME DE THALÈS



1) Thalès

Hypothèses :

● A, O et B sont

●

●

donc d'après le théorème de Thalès dans les triangles OAA' et OBB' :

2) Réciproque

Hypothèses :

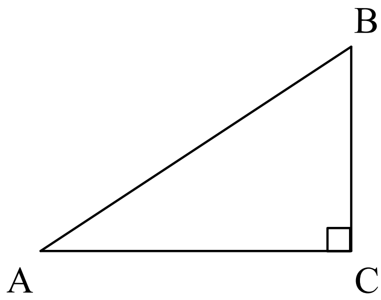
● A, O et B sont

●

●

donc d'après la réciproque du théorème de Thalès dans les triangles OAA' et OBB' :

VI) THÉORÈME DE PYTHAGORE



1) Pythagore

Hypothèses :

● ABC est un triangle

donc d'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :

2) Réciproque

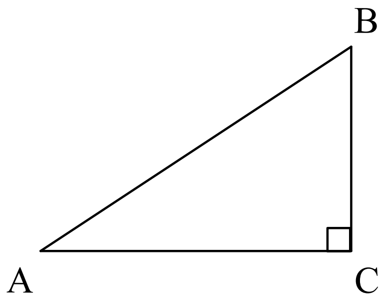
Hypothèses :

● ABC est un triangle

●

donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore dans ce triangle :

VII) TRIGONOMÉTRIE



1) Sinus, cosinus et tangente

Dans un triangle ABC

$\cos\ \widehat{\mathrm{BAC}} =$ $\qquad\qquad$ $\cos\ \widehat{\mathrm{ABC}} =$

$\sin\ \widehat{\mathrm{BAC}} =$ $\qquad\qquad$ $\sin\ \widehat{\mathrm{ABC}} =$

$\tan\ \widehat{\mathrm{BAC}} =$ $\qquad\qquad$ $\tan\ \widehat{\mathrm{ABC}} =$

2) Propriété

Si x est la mesure d'un angle aigu, on a : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Démonstration :

Soit x l'angle aigu entre deux droites *d* et *d'*. On appelle A leur point d'intersection, B un point de *d* distinct de A et C le projeté orthogonal de B sur *d'*.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$$\text{donc } \cos^2 x + \sin^2 x = \cos^2 \widehat{\mathrm{BAC}} + \sin^2 \widehat{\mathrm{BAC}}$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

rapides :
p112 : 32, 33
p113 : 46, 49
p114 : 55

plus long :
p113 : 44, 45, 48
p114 : 54, 60
p116 : 72, 73, 74, 75, 76
p117 : 80, 84
p118 : 86, 87, 88, 89
p119 : 90, 91, 93