INÉQUATIONS

I) PRÉLIMINAIRE : TABLEAU DE SIGNE

Un tableau de signe est un outil commode pour déterminer le signe d'une expression qui contient **une seule** variable.

1) Exemple : Signe de –2 *x* + 3

$-2x + 3 \geqslant 0 \quad \Leftrightarrow$

$(-2x + 3 < 0 \quad \Leftrightarrow$

Récapitulons ces résultats dans un "tableau de signe" :

x	3/2
$-2x+3$	0

2) Signe d'une expression du 1er degré

Propriété :

Dans un tableau de signe :

$-\dfrac{b}{a}$ est la valeur de x qui « annule » l'expression $ax + b$.

A droite de cette valeur, $ax + b$ est du signe de a.

A gauche, $ax + b$ est du signe contraire.

Démonstration :

Soit (I) : $x > -\dfrac{b}{a}$ $\qquad (a \neq 0)$

3) Signe d'un produit ou d'un quotient

Ex : Étudier le signe de $A(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ en fonction de x.

x		-1		1	
$x+1$		0			
$x-1$				0	
$A(x)$		0		‖	

Bilan : $A(x) > 0 \Leftrightarrow$

$A(x) < 0 \Leftrightarrow$

$A(x) = 0 \Leftrightarrow$

p261 : 40, 41, 42

II) ÉQUIVALENCES

Pour être certain de résoudre les inéquations par équivalences successives, nous nous appuierons sur les propriétés suivantes :

A, B, C étant des réels quelconques, on a :

1) $A > B \Leftrightarrow A + C > B + C$

2) $A > B \Leftrightarrow A - C > B - C$

3) $A > B \Leftrightarrow AC > BC$

$A > B \Leftrightarrow AC < BC$

4) $A > B \Leftrightarrow \dfrac{A}{C} > \dfrac{B}{C}$

$A > B \Leftrightarrow \dfrac{A}{C} < \dfrac{B}{C}$

Remarque :
Il n'y a pas de propriété simple pour les inéquations produit ou quotient…
Mais peu importe puisque nous avons les tableaux de signe !

Ex: Résoudre dans $\mathbb{R}$, (I) : $\dfrac{4}{x} \geqslant 1$

Condition : $x \neq 0$

Méthode fausse :

(I) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} 4 \geqslant x \\ x \neq 0 \end{cases}$

S = $]-\infty\ ;\ 0[\ \cup\ ]0\ ;\ 4]$

Méthode juste :

(I) $\Leftrightarrow$ cf 2)

(I) $\Leftrightarrow$

		0		4	
		|		0	
		0		|	
		||		0	

Inéquations :
p261 : 41 → 46, 48
p262 : 55 → 60
p263 : 64 → 75, 79
p264 : 81, 82, 83

Pb concrets :
p263 : 77, 78
p264 : 85
p266 : 91, 92, 94, 95

Algo :
p269 : TP

III) DANS LES EXERCICES

Ex : Résoudre dans ℝ : $(\mathrm{I}) : \dfrac{4(x+1)}{x+3} \geqslant x+1$

Conditions : $x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$	S'il y a des conditions, les préciser
$(\mathrm{I}) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4(x+1)}{x+3} - (x+1) \geqslant 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$	
$(\mathrm{I}) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4(x+1)-(x+1)(x+3)}{x+3} \geqslant 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$	A chaque étape, penser à écrire l'équivalence et les conditions
$(\mathrm{I}) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x+1)(4-x-3)}{x+3} \geqslant 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$	
$(\mathrm{I}) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x+1)(1-x)}{x+3} \geqslant 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$	Factoriser en un produit ou quotient positif ou négatif, puis faire un tableau de signe

		–3		–1		1	
		|		0		|	
		|		|		0	
		0		|		|	
		||		0		0	