204	**COMPOSITION**	09/03/2020 2 heures
NOM :	**DE MATHEMATIQUES**	Calculatrice autorisée

Barème indicatif sur 20 points

Exercice 1 **(1,5 point)**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : (I_1) : $\dfrac{3+4x}{-x+4} \leq 2$

Exercice 2 **(3,5 points)**

Une entreprise fabrique et commercialise un produit dont la quantité x, exprimée en tonnes, ne dépasse pas 200 tonnes. Son coût de production total, <u>en milliers d'euros</u>, est modélisé par la fonction C définie par :

$C(x) = \frac{1}{30}x^3 - 6{,}1x^2 + 367{,}4x + 108$ pour $x \in [0; 200]$.

Une tonne de produit est vendue 350 milliers d'euros.

La recette, <u>en milliers d'euros</u>, réalisée par la vente de x tonnes de produit est notée $R(x)$.

1) Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
2) Soit $B(x)$ le bénéfice, <u>en milliers d'euros</u>, réalisé par la vente de x tonnes de produit.
   a) Justifier que, pour tout x de $[0; 200]$, $B(x) = -\frac{1}{30}x^3 + 6{,}1x^2 - 17{,}4x - 108$.
   b) Montrer que, pour tout x de $[0; 200]$, $B(x) = -\frac{1}{30}(x-180)(x-6)(x+3)$.
   c) En déduire le nombre de tonnes à produire pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif.

Exercice 3 **(10 points)**

On munit le plan d'un repère orthonormé (O ; I, J). Soient les points $A(9\,;\,6)$, $B(1\,;\,2)$, $C(-2\,;\,8)$ et $D(6\,;\,12)$.

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2) Déterminer la nature du triangle ABC.
3) a. Déterminer les coordonnées du point M, milieu du segment [AC] et du point N, milieu du segment [BD].
   b. En déduire la nature précise du quadrilatère ABCD.
4) a. Déterminer les coordonnées du point E tel que BDCE soit un parallélogramme.
   b. Montrer que B est le milieu de [AE].
   c. Déterminer les coordonnées de L tel que $\overrightarrow{CL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$.
   d. Que représente L pour le triangle ACE ? Justifier.
   e. En déduire que les points E, L et M sont alignés.
5) a. Donner le centre et le rayon du cercle Γ circonscrit au triangle ABC.
   b. Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection du cercle Γ avec l'axe des ordonnées.

Exercice 4 **(3 points)**

Dans le tableau ci-contre, on donne les taux d'évolution et la valeur du CAC 40 (indice boursier sans unité) entre les 1ers janvier 2016 et 2020.

Compléter sans justifier le tableau en arrondissant les valeurs du CAC 40 à l'unité et les taux d'évolution au centième de pourcents.

Année	**Valeur du CAC 40 au 1er janvier**	**Taux d'évolution par rapport au 1er janvier de l'année précédente**
2016		
2017	4862	+4,85%
2018		+12,53%
2019	4739	
2020	6044	

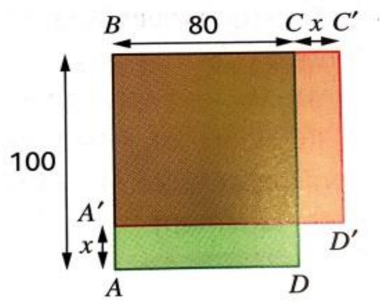
Exercice 5 **(2 points)**

On considère un champ rectangulaire de 100 m sur 80 m.

Soit x un nombre compris entre 0 et 80.

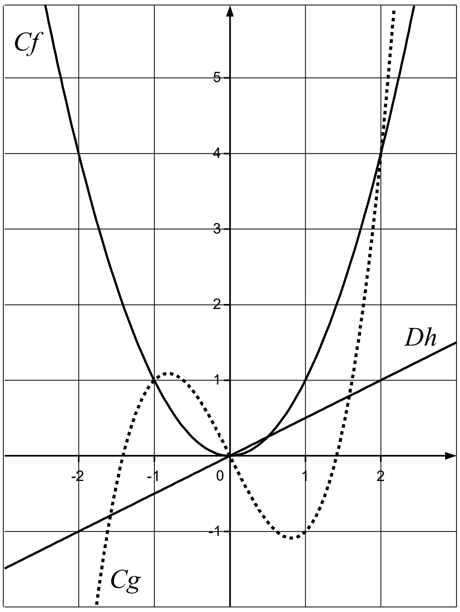
On diminue la longueur du champ de x m et on augmente sa largeur de x m.

Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles la surface du champ a augmenté ?



I) On a représenté ci-contre les trois fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$

par : $f(x)=x^2$ $g(x)=x^3-2x$ $h(x)=\frac{1}{2}x$



1) Résoudre algébriquement, puis graphiquement :

$(I_1): f(x)>h(x)$

$(I_2): f(x)\leqslant g(x)$

$(E_1): g(x)=0$

2) Déduire de la courbe C_f un encadrement de $f(x)$ pour $x\in]-2;1[$.
(Il n'est pas demandé de justifier)

II)Soit un quadrilatère *MONP* tel que, pour tout point *A* du plan, on ait : $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AP}=\vec{0}$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{ON}=\vec{0}$.
2) En déduire la nature de *MONP*.
(*Il n'est pas demandé de faire une figure*)

III)Soit un parallélogramme *ABCD, O* le milieu de [*AB*] et *E* le point du segment [O*D*] tel que $\overrightarrow{OE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OD}$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}$.
2) De même exprimer $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{OD}$.
3) En déduire que les points *A*, *E* et *C* sont alignés.

IV)Soit les expressions suivantes :

$A(x)=2(3x-2)(2x^2-x-1)$
$B(x)=4(1+2x)-2x^3-x^2$
$C(x)=-5(x-1)^2-10x+25$

1) a) Factoriser $2x^2-x-1$
   b) Factoriser $B(x)$
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: (I_1): $A(x)<B(x)$

2) a) Développer puis factoriser $C(x)$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$: (E_1): $B(x)=C(x)$
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: (I_2): $\frac{5B(x)}{C(x)}\geqslant\frac{-2x^2}{2-x}$

BAREME PROBABLE : I) 5 pts II) 2 pts III) 4 pts IV) 9 pts