

Classe 2D	<b>Devoir Surveillé de mathématiques</b>	Durée : 1h30
Mardi 19 septembre 2017		Pas de calculatrice

**Exercice 1 : (3 points)**

Donner le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants. Justifier par le calcul.

$$A = -\frac{39}{13} \quad B = \frac{\sqrt{4}}{25} \quad C = -\frac{4}{28} \quad D = 1 - \sqrt{5} \quad E = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{5}}{-\frac{1}{3} + 1} \quad F = \frac{\pi(\pi - 7)}{14\pi - 2\pi^2}$$

**Exercice 2 : (5 points)**

Déterminer l'union puis l'intersection des intervalles suivants après les avoir représentés sur un axe.

- 1)  $I = [-4; 3]$  et  $J = [-3; 5]$
- 2)  $I = [0; 10]$  et  $J = ]10; +\infty[$
- 3)  $I = [-1; 1]$  et  $J = \mathbb{R}^{*+}$
- 4)  $I = ]4; 5[$  et  $J = [4; +\infty[$
- 5)  $I = ]-7; 2[ \cap [-1; \sqrt{5}]$  et  $J = ]-\frac{3}{2}; 0] \cup [1; 2]$

**Exercice 3 : (2 points)**

Ecrire le plus simplement possible, à l'aide d'intervalles ou de réunions d'intervalles.

- 1)  $-2 < x < 1$  et  $0 < x < 3$
- 2)  $x < 1$  ou  $x > -2$
- 3)  $x > -5$  et  $x \neq 3$
- 4)  $x \leq -1$  ou  $x > 5$

**Exercice 4 : (1 point)**

Ecrire à l'aide d'intervalles l'ensemble E des réels non nuls différents de -7 et strictement supérieurs à -10.

**Exercice 5 : (2 points)**

Compléter en utilisant les symboles  $\in$  ;  $\notin$  ;  $\subset$  ;  $\not\subset$

$$[3; 4] \dots [-2; 6] \cup ]5; 12]$$

$$6 \dots [5; 8] \cap ]-\infty; 4]$$

$$\sqrt{16} \dots \mathbb{R}^*$$

$$\{-7\} \dots [-8; 5[$$

**Exercice 6 : (7 points)**

1) Pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R}$ , factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = (3 - x)^2 - (x + 3)^2$$

$$B(x) = (3x + 1)(-6x + 5) - 1 + 9x^2$$

$$C(x) = (1 - 2x)^2 - (2x - 1)^3$$

$$D(x) = (3 - 2x)(x - 3) + x^2 - 6x + 9 + (6 - 2x)(x - 1)$$

2) Pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R}$ , développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$E(x) = (4x + 5)^2 - (3 - 2x)^2$$

$$F(x) = 3(2 - x) - 5(2x + 3) - (2x - 7)(3x + 1)$$

$$G(x) = \left(5 - \frac{2}{7}x\right)\left(\frac{2}{7}x + 5\right) - \left(\frac{3}{7}x - 2\right)^2$$

- I) Simplifier les nombres suivants,  
et préciser pour chacun le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.

$$A = \frac{3 - \frac{2}{5} + \frac{4}{3}}{2 + \frac{4}{5} - \frac{2}{3}}$$

$$C = \left( \frac{-4^{-2} \times 8^4 \times 3^{12}}{16^2 \times 90^7 \times 30^{-2}} \right)^3$$

$$B = \sqrt{50} - 3\sqrt{2} - \sqrt{\frac{18}{4}} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$D = \frac{a + \frac{a}{3} - \frac{a}{2}}{2a + \frac{3a}{4} + \frac{a}{3}} \text{ avec } a \in \mathbb{R}^*$$

- II) Factoriser les expressions suivantes :

$$E = x^2 - 22x + 121$$

$$G = (3x - 7)^2 - (x + 2)^2$$

$$F = (x^2 - 16) + (x + 4)(5x + 7)$$

$$H = 2x^2 - 7x + 3$$

- III) Soit  $A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6)$ .

- 1) Développer, réduire et ordonner  $A(x)$ .
- 2) Factoriser  $A(x)$ .
- 3) Choisir l'expression la mieux adaptée pour calculer :  $A(\sqrt{2})$  ;  $A(5)$  ;  $A(-6)$

- IV) Dans chacun des cas suivants, déterminer  $I \cup J$  et  $I \cap J$  à l'aide d'un schéma clair.

- 1)  $I = ]-\infty; -2[$  et  $J = [-3; +\infty[$
- 2)  $I = ]-3; 5]$  et  $J = ]4,99; 6[$
- 3)  $I = [\frac{\sqrt{2}}{2}; 3[$  et  $J = [3; \frac{5\sqrt{2}}{2}[$
- 4)  $I = ]-\infty; -7[ \cup [-5; 2] \cup ]3; 10[$  et  $J = [-8; -6] \cup [2; +\infty[$

- V) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des deux fonctions suivantes :

$$f: x \mapsto \frac{-8}{x^2 + 9}$$

$$g: x \mapsto \frac{7}{x} - \frac{\sqrt{1-2x}}{2}$$

- VI) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par :  $x \mapsto \frac{1+x^2}{1-x}$

- 1) Déterminer les images par  $f$  de  $-1$  et  $1 + \sqrt{3}$ .
- 2) Le nombre 2 est-il un antécédent de  $-5$  par  $f$  ?
- 3) Le point  $A(0 ; 1)$  appartient-il à  $C_f$  ? Qu'en est-il du point  $B(-1 ; 0)$  ?
- 4) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous,  
puis tracer  $C_f$  dans un repère (O ; I ; J) d'échelle 1 cm :

$x$	-7	-5	-3	-1	-0,5	0	0,5	0,7	1,3	1,5	2	2,5	3	5	7	9
$f(x)$																