I) En s'appuyant sur les variations des fonctions de référence, comparer les nombres suivants :

$-4(1-\sqrt{2})^2+3$ et $-4(1-\sqrt{3})^2+3$ $\qquad$ $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ et $\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}$

II) Résoudre dans ℝ :

(E) : $\dfrac{5x+3}{4x-1}=\dfrac{5x-3}{4x+1}$ $\qquad$ (I) : $1\leqslant\dfrac{3x-4}{x+5}\leqslant 2$

III) Une enquête est réalisée à Versailles auprès d'un échantillon représentatif de la population de la ville. Il en ressort que 60 % des habitants pratiquent le tri sélectif, 55% des habitants sont sensibles au développement durable et la moitié de la population est à la fois sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.

On interroge au hasard un habitant de Versailles et on considère les événements suivants :

D : la personne interrogée est sensible au développement durable.

T : la personne interrogée pratique le tri sélectif.

1) Traduire à l'aide des notations d'ensembles chacun des événements suivants :
   a) La personne interrogée ne pratique pas le tri sélectif ;
   b) La personne interrogée est sensible au développement durable ou pratique le tri sélectif ;
   c) La personne interrogée n'est pas sensible au développement durable et ne pratique pas le tri sélectif.
2) Calculer la probabilité de chacun de ces trois événements.

IV) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. La figure est à compléter au fur et à mesure des questions.

1) Placer les points A(–2 ; 2), B(4 ; 0) et C(2 ; –2).
2) Calculer les coordonnées du point I, milieu du segment [AB].
3) Calculer les coordonnées du point D, intersection de la droite (CI) avec l'axe des ordonnées.
4) Dans la suite, on admettra que D a pour coordonnées (0 ; 4). Étudier l'appartenance du point D au cercle de diamètre [AB].
5) Déterminer la nature du quadrilatère ACBD.

V) ABCD est un rectangle tel que AB = 8 et BC = 5. M est un point du segment [AB] distinct de B.

On pose AM = x. La droite (CM) coupe la droite (AD) en un point N.

1) Faire une figure.
2) Déterminer les valeurs possibles du réel x puis exprimer la distance AN en fonction de x.
3) Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 8[par $f(x)=\dfrac{40}{8-x}-5$.

   Montrer que, pour tout x de [0 ; 8[, $f(x)=\text{AN}$.
4) Étudier les variations de f par la méthode des encadrements successifs.
5) Montrer que si AM > 4 alors AN > 5.
6) Le cas $\text{AN}\geqslant 2019$ est-il possible ?

BARÈME PROBABLE : I) 2pts II) 3pts III) 3pts II) 5,5pts II) 6,5pts

Classes de 2nde	Composition n°2 de mathématiques	Jeudi 23 mars 2017
Calculatrice autorisée		Durée : 3h00

Exercice 1 (2,5 points) : Vrai / Faux sur feuille séparée à rendre avec la copie

Exercice 2 (9 points) : On considère les fonctions $f : x \mapsto -x^2 + 6x - 5$ et $g : x \mapsto -1 + \frac{4}{x-1}$.

C_f et C_g sont leurs courbes représentatives dans un repère donné.

1. Déterminer les ensembles de définition D_f et D_g des fonctions f et g.
2. Montrer que f atteint un maximum de 4 sur $\mathbb{R}$.
3. a. Etudier les variations de f sur $]-\infty; 3]$ puis sur $[3; +\infty[$.
   b. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Vérifier que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = -(x-5)(x-1)$.
5. Etudier le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$. **Interpréter graphiquement.**
6. Tracer la représentation graphique C_f de la fonction f sur le graphique au verso de la feuille séparée.
7. a. Etudier les variations de g sur $]-\infty; 1[$.
   b. En admettant que g est strictement décroissante sur $]1; +\infty[$, dresser le tableau de variations de g sur D_g.
8. En utilisant la forme factorisée de $f(x)$, résoudre par le calcul $f(x) = g(x)$ sur D_g. **Interpréter graphiquement.**
9. Résoudre par le calcul $f(x) \geq g(x)$ sur D_g. **Interpréter graphiquement.**

Exercice 3 (2,5 points) : Dans une population de souris, certaines présentent une maladie A, d'autres une maladie B, les deux maladies A et B, ou aucune des deux maladies. On choisit une souris au hasard et on note A l'événement « la souris présente la maladie A » et B l'événement « la souris présente la maladie B ».

1. Traduire à l'aide des notations d'ensemble et de logique chacun des évènements suivants :
   C : « La souris présente les deux maladies ».
   D : « La souris ne présente pas la maladie A ».
   E : « La souris ne présente aucune des deux maladies ».
2. a. Définir l'événement $A \cap \bar{B}$ par une phrase.
   b. L'événement « La souris présente la maladie A mais pas la maladie B » est-il inclus dans $\bar{B}$?
3. La probabilité qu'une souris n'ait pas la maladie A est 0,7, celle qu'elle ait la maladie A ou la maladie B est 0,7 également, celle qu'elle ait la maladie A et la maladie B est 0,2.
   Calculer la probabilité qu'une souris ne soit pas atteinte de la maladie B.

Exercice 4 (2 points) : Une expérience aléatoire consiste à lancer trois fois de suite un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6, à noter les trois résultats obtenus pour en faire ensuite la somme.

Dans le but de simuler cette expérience, on écrit l'algorithme suivant :

```
Variables :      S, I, F sont des entiers naturels
Traitement :     Affecter à S la valeur 0
                 Pour I allant de 1 à 3
                     Affecter à F un nombre aléatoire entre 1 et 6
                     Affecter à S la valeur S + F
                 Fin Pour
Sortie :         Afficher S
```

1. Que représentent les variables F et S dans cet algorithme ?
2. Décrire un univers de l'expérience et préciser le nombre d'issues.
3. On appelle A l'événement « La somme est 3 ». Calculer p(A).

Exercice 5 (4 points) : Soit ABC un triangle non aplati et I le milieu de $[BC]$.

A chaque nombre réel m, on associe les points M et N tels que :

$$\overrightarrow{AM} = (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{AB} + (1-m)\overrightarrow{AC}$$

1. Justifier que $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est un repère du plan.
2. a. Donner en justifiant les coordonnées des points A, B, C et I dans ce repère.
   b. Dans ce repère, déterminer les coordonnées des points M et N en fonction de m, pour $m \in \mathbb{R}$.
3. Si $m = 1$, où sont les points M et N ?
4. Placer sur la figure ci-jointe les points M et N dans les cas suivants : $m = -1$ (en rouge) puis $m = 3$ (en vert).
5. Montrer que, pour tout m de $\mathbb{R}$, $\overrightarrow{BM}$ est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$. Que peut-on en déduire ?
6. Déterminer en justifiant les valeurs de m pour lesquelles M et N sont confondus.
7. Montrer que, pour tout m de $\mathbb{R}$, I est le milieu de [MN].

Nom et classe :	Jeudi 23 mars 2017
	Durée : 3h00

Feuille séparée à rendre avec la copie

Exercice 1 : Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : pour chacune des propositions, indiquer sans justifier si elle est vraie ou fausse.

f est une fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$ dont voici le tableau de variation :

x	-2		1		3
variations de f			2		
	-1	↗		↘	0

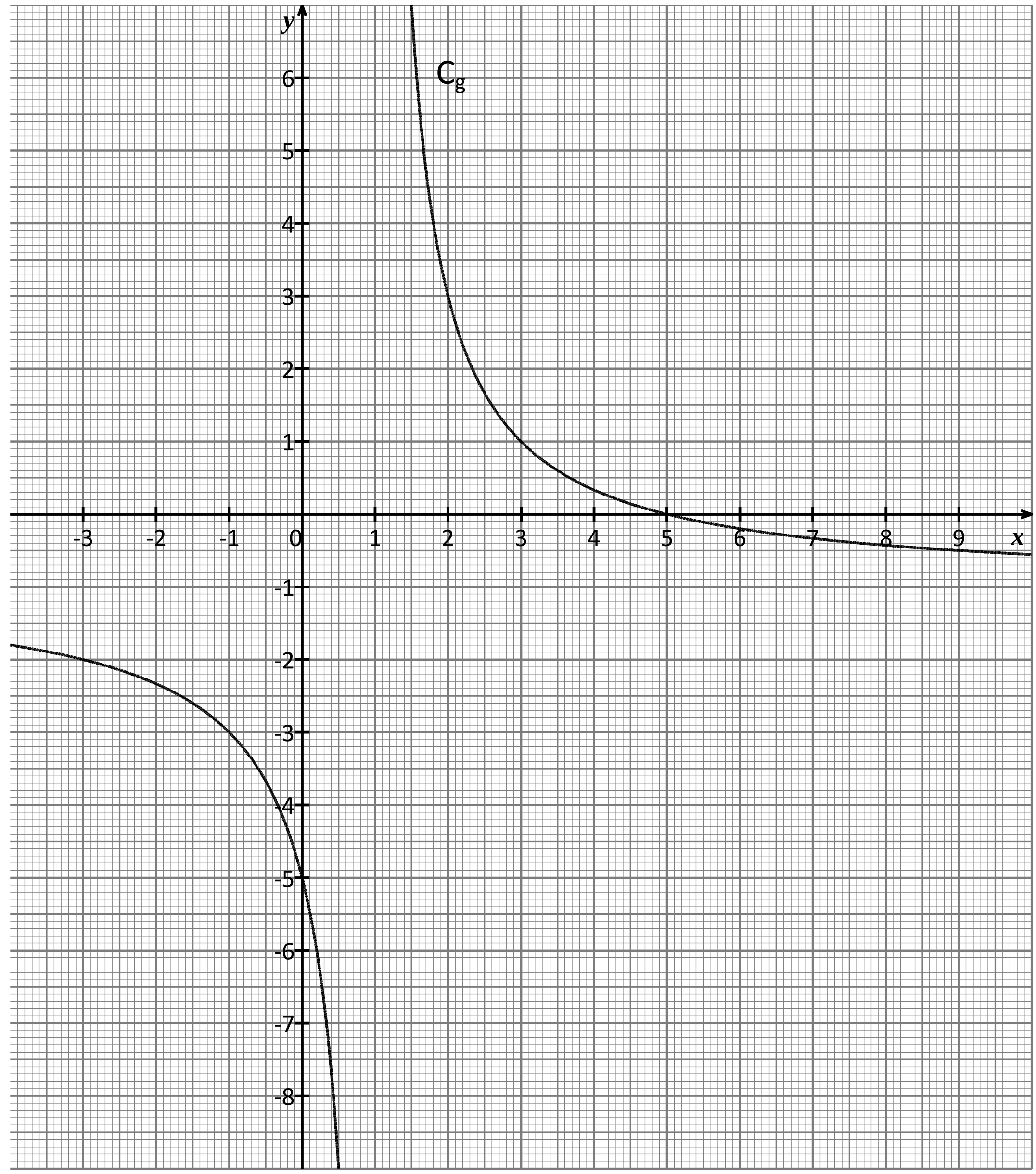
	V / F
1. Pour tout nombre réel x de $[-2\,;3]$, $f(x) \geq 0$	
2. Pour tout nombre réel x de $[-2\,;3]$, $f(x) \leq 3$	
3. Il existe un nombre réel x de $[-2\,;3]$ tel que $f(x) < 0$	
4. Il existe un nombre réel x de $[-2\,;3]$ tel que $f(x) = -2$	
5. Pour tout nombre réel x de $[-2\,;3]$, il existe un nombre réel x' de $[-2\,;3]$ tel que $f(x') > f(x)$	

Partie B : f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Pour chaque implication, indiquer sans justifier, si elle est vraie ou fausse.

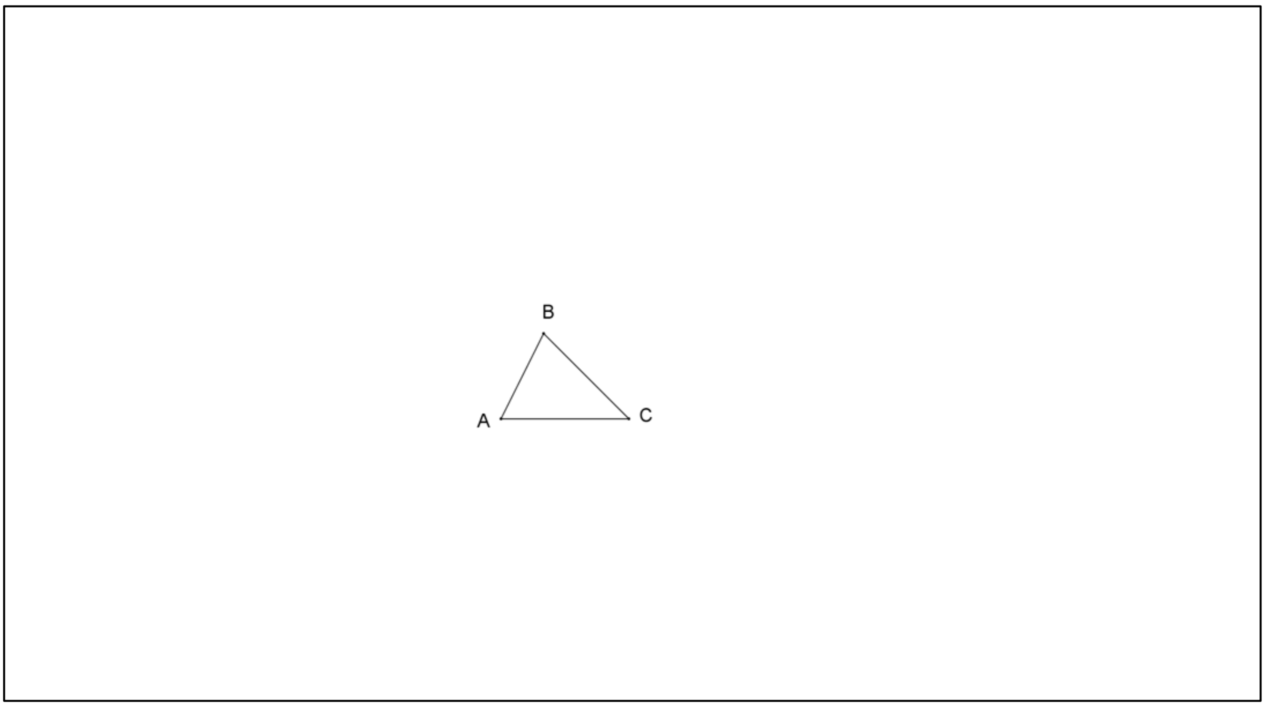
	V / F
6. Si f est croissante sur $[0\,;2]$, alors f est croissante sur $[0\,;1]$	
7. Si f est décroissante sur $[0\,;2]$, alors $f(0{,}5) \geq f(0{,}6)$	
8. Si $f(0) < f(1)$, alors f est croissante sur $[0\,;1]$	
9. Si f admet un maximum en 1 sur $[0;1]$, alors f est croissante sur $[0;1]$	
10. Si f n'est pas croissante sur $[0;1]$, alors f est décroissante sur $[0;1]$	

Suite au verso

Exercice 2 : question 6.



Exercice 5 : question 4.



I) Une urne contient 4 jetons indiscernables au toucher marqués A, B, C et D. On décide de tirer successivement trois jetons dans l'urne sans les y remettre.
1) Dessiner un arbre permettant de lire tous les résultats possibles de cette expérience aléatoire.
2) Quelle est la probabilité d'obtenir à la suite B puis D ?
3) Quelle est la probabilité d'obtenir le jeton C en deuxième position ?
4) Quelle est la probabilité que le jeton restant dans l'urne en fin de tirage soit le A ?

II) À la gare, sur deux guichets A et B, il y en a toujours au moins un qui est ouvert.
On considère les événements A : « Le guichet A est ouvert » et B : « Le guichet B est ouvert ».
Une étude statistique sur la dernière année a montré que p(A) = 0,73 et p(B) = 0,54.
Un client arrive à la gare. Quelle est la probabilité qu'il trouve les deux guichets ouverts ?

III) Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=8-2(x+1)^2$
et g la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par $g(x)=8-\frac{2}{x+1}$
1) Montrer que f admet un extremum que l'on précisera.
2) Déterminer le signe de g. Interpréter graphiquement.
3) Déterminer les variations de f en étudiant le signe de $f(x_1)-f(x_2)$. Conclure par un tableau de variations.
4) Déterminer les variations de g par encadrements successifs. Conclure par un tableau de variations.
5) Représenter graphiquement les deux fonctions dans un repère orthonormé d'unité 1cm.
6) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de Cf avec les axes
7) Déterminer les positions relatives de Cf et Cg.
(On pourra s'aider de l'identité remarquable : $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$)

BAREME PROBABLE : I) 5pts II) 2pts III) 13pts

2^{des} Composition de mathématiques 3h calculatrice autorisée 16V11

I) Des étudiants en agronomie étudient un stock de 5 431 graines qui sont soit jaunes, soit vertes et soit lisses, soit ridées. L'observation de ces graines montre que 4 069 graines sont jaunes (dont 3 057 lisses) et 341 graines sont vertes et ridées.

1) Compléter le tableau suivant :

Graines	Jaunes	Vertes	Total
Lisses			
Ridées			
Total			5 431

2) On tire au hasard une graine. Donner la probabilité des événements suivants :
   A : « La graine est jaune » ; B : « La graine est lisse ».
3) Définir chacun des événements suivants par une phrase, puis calculer leur probabilité : $A\cap B$; $A\cup B$; $\overline{A}$; $\overline{A}\cap\overline{B}$
4) On prend, au hasard, une graine jaune. Quelle est la probabilité de l'événement C « la graine est ridée » ?

II) Une station de ski familiale n'attire que 25% de skieurs habitant hors du département. Souhaitant élargir sa clientèle, cette station fait réaliser des travaux : nouveau télésiège débrayage à 6 places, canons à neige...
L'hiver suivant, 500 skieurs choisis au hasard sont interrogés et 172 d'entre eux habitent hors du département.
Les travaux de l'été ont-ils eu un impact sur la fréquentation des skieurs habitant hors du département ?

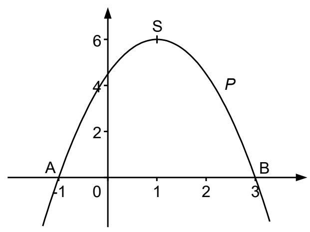
III) Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ on considère les points $A(2;4)$, $B(3;1)$ et $D(1;2)$.

1) Montrer que les droites (DA) et (DB) sont perpendiculaires.
2) Démontrer que les points O, A et D sont alignés.
3) Calculer les coordonnées du point C défini par $\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}$.
4) Déterminer les équations des droites (OA) et (CB) puis calculer, s'il existe, les coordonnées de leur point d'intersection. Que remarquez-vous ?
5) Montrer que $DA = DB = DO$.
6) Soit K le milieu de $[BC]$. Montrer que K appartient au cercle de centre D et de rayon DB. En déduire la nature du quadrilatère $OKAB$.

V) 1) Que renvoie l'algorithme ci-contre pour A = 1 et N = 3 ?
   puis pour A = 12 et N = 5 ?
2) Modifier cet algorithme afin qu'il affiche aussi en fin de programme la plus grande valeur de U prise.

```
A = input("Valeur de A : ")
N = input("Valeur de N : ")
U = A
For I in range(1,N+1):
    If U%2==0:
        U = U/2
    else:
        U = 3*U+1
    print U
```

VI) La parabole P ci-contre est la représentation graphique d'une fonction polynôme f définie sur $\mathbb{R}$ et de degré 2. Elle passe par les points $A(-1;0)$; $B(3;0)$ et $S(1;6)$.



1) Pour tout réel x, on peut factoriser $f(x)$: $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ avec a ; x_1 et x_2 des réels. Quelles sont les valeurs de x_1 et de x_2 ? Justifier.
2) En utilisant le sommet S de la parabole, calculer la valeur de a.
3) Donner, graphiquement puis algébriquement, les positions relatives de P et de la droite (Δ) d'équation $y=\frac{21}{8}x-\frac{3}{4}$.

VII) Une roue de loterie munie d'un index fixe est divisée en secteurs de mêmes dimensions et de différentes couleurs. Le jeu consiste à miser 5 euros, à faire tourner la roue et à noter la couleur du secteur désigné par l'index à l'arrêt de la roue.
On admet que chaque secteur a la même probabilité d'apparaître.
La roue comporte n secteurs rouges qui font perdre la mise ($n \in \mathbb{N}^*$), 6 secteurs bleus où le joueur récupère le montant de la mise, 3 secteurs verts où l'on reçoit 20 € et 1 secteur jaune où l'on reçoit 100 €.

1) Dans un premier temps, la roue comporte 12 secteurs rouges ($n = 12$). Compléter le tableau ci-contre qui donne les bénéfices du joueur en fonction de la couleur obtenue après l'arrêt de la roue.

Couleur obtenue	Rouge	Bleue	Verte	Jaune
Bénéfice du joueur	–5			

2) Toujours pour $n = 12$, calculer la moyenne des bénéfices et interpréter ce résultat.
3) Dans la suite de l'exercice, n est quelconque ($n \in \mathbb{N}^*$). Montrer que le bénéfice moyen d'un joueur est : $\frac{-5n+140}{n+10}$.
4) On défini sur $\mathbb{R}^+$, la fonction $b : x \longmapsto \frac{-5x+140}{x+10}$. Déterminer les réels m et p tels que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$, $b(x)=m+\frac{p}{x+10}$.
5) Etudier les variations de b sur $\mathbb{R}^+$.
6) Sur papier millimétré, tracer la courbe représentative de la fonction b pour $x \in [0 ; 50]$. Unités : 0,5cm sur (Ox) et 1cm sur (Oy)
7) Le propriétaire de la roue désire gagner au moins une moyenne de 1,5€ par partie.
   a) Quel doit alors être le bénéfice moyen des joueurs pour que le propriétaire soit satisfait ?
   b) Quelle inéquation (I) faut-il résoudre pour répondre au souhait du propriétaire ?
   c) Résoudre graphiquement cette inéquation (I).
   d) Résoudre algébriquement (I).
   e) Déterminer le nombre minimum de secteurs rouges que doit comporter la roue pour que le propriétaire soit satisfait.

BAREME PROBABLE : I) 4 pts II) 1,5 pts III) 4,5 pts IV) 1,5 pts V) 3 pts VI) 5,5 pts