RACINES CARRÉES

I) RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE POSITIF

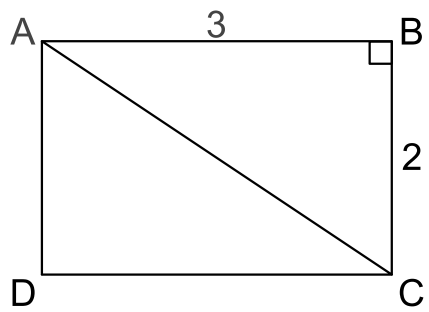
1) Rappels

● Le carré d'un nombre est toujours positif :
$(-5)^2 = 25$; $(10^{-1})^2 =$; $(-10^{-5})^2 =$

● Deux nombres opposés ont le même carré :
$(-5)^2 = 5^2$; $(-x)^2 =$; $(3-x)^2 =$

● Quelques « carrés parfaits » :
0 ; 1 ;

2) Diagonale d'un rectangle



Ex : Soit ABCD un rectangle tel que :
AB = 3 et BC = 2.

Déterminons AC :
ABCD est un rectangle, donc le triangle ABC est rectangle en B.
Donc, d'après le théorème de Pythagore dans ce triangle :
$AC^2 =$
AC est donc le nombre <u>positif</u> dont le carré est

Ce nombre est compris entre 3 et 4 car $3^2 = 9$ et $4^2 = 16$
On le note $\sqrt{13}$
D'après la calculatrice $\sqrt{13} \approx 3.605551275$

3) Définition :

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif dont le carré est a. On la note $\sqrt{a}$.

Remarques :

- $\sqrt{0}=$; $\sqrt{1}=$; $\sqrt{4}=2$; $\sqrt{9}=3$; $\sqrt{16}=4$; …
- A savoir par cœur : $\sqrt{2}\approx 1{,}414$ et $\sqrt{3}\approx 1{,}732$
- $\sqrt{-5}$ n'est pas défini car aucun nombre n'a pour carré –5.
- a doit être positif et $\sqrt{a}$ est toujours positif.
- L'équation $x^2=25$ admet deux solutions :
  $\sqrt{25}$ est celle des deux solutions qui est positive.

II) RÈGLES DE CALCUL

1) Racine et carré

- Si $a \geqslant 0$ alors $\left(\sqrt{a}\right)^2 =$
- Si $a \geqslant 0$ alors $\sqrt{(a^2)} =$, mais si $a \leqslant 0$ alors $\sqrt{(a^2)} =$

  Ex : $\sqrt{(2^2)} =$, mais $\sqrt{((-2)^2)} =$

2) Somme ou différence

- Il n'y a malheureusement aucune règle générale permettant de simplifier $\sqrt{a+b}$ ou $\sqrt{a-b}$!

- En revanche, si $a \geqslant 0$ et $b \geqslant 0$ alors $\sqrt{a+b} \leqslant \sqrt{a} + \sqrt{b}$

  Ex : $\sqrt{9+4} =$, et $\sqrt{9} + \sqrt{4} =$

Démonstration :

a et *b* étant positifs, on a :

$\left(\sqrt{a+b}\right)^2 =$

$\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 =$

or une racine est toujours positive ou nulle donc :

donc :

or des nombres positifs sont dans le même ordre que leurs carrés

donc :

3) Produit

- Si $a \geqslant 0$ et $b \geqslant 0$ alors $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

  Ex : $\sqrt{9 \times 4} =$, et $\sqrt{9} \times \sqrt{4} =$

Démonstration :

a et *b* étant positifs, on a :

$(\sqrt{a \times b})^2 =$

$(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 =$

donc :

or des nombres positifs qui ont le même carré sont égaux

donc :

4) Quotient

- Si $a \geqslant 0$ et $b > 0$ alors $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Démonstration :

a et *b* étant positifs et *b* non nul, on a :

$\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 =$

$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 =$

donc :

or des nombres positifs qui ont le même carré sont égaux

donc :

p26 : 103, 105, 108
p28 : 135
p30 : 155

p79 : 28
p80 : 54
p81 : 58
p82 : 79

III) DANS LES EXERCICES

1) Mettre sous la forme $a\sqrt{b}$

Ex : $A = \sqrt{300} =$

2) Réduire

Ex : $B = \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{200}$

3) Écrire sans racine au dénominateur

Ex : $C = \dfrac{1}{\sqrt{3}} =$

Ex : $D = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} =$

Remarque : Ôter les racines au dénominateur ne simplifie pas toujours l'écriture de l'expression mais permet d'avoir facilement un ordre de grandeur du résultat : $C \approx$ et $D \approx$

p49 : 16, 32, 33

p26 : 104
p28 : 138
p30 : 157, 158

algo
p26 : 109
p93 : TP (Héron)