2D composition du 19 mars 19 3h corrigé succinct

I)

1) Caractère étudié

le caractère étudié est le $\boxed{\text{DAS}}$ du téléphone.

c'est un $\boxed{\text{caractère quantitatif continu}}$

2) Classe modale et étendue

la classe modale est celle qui a le plus gros effectif, c'est à dire la classe $\boxed{[0,7\,;\,0,9[}$

On ne connaît ni le DAS maximum, ni le DAS minimum donc on ne peut donner l'étendue de la série.

En revanche, on peut en proposer un encadrement :

On a : $0,1 \leqslant \min < 0,3$ et $1,5 \leqslant \max < 1,7$

donc $1,5 - 0,3 < \max - \min < 1,7 - 0,1$

donc $\boxed{1,2 < e < 1,6}$

3) Moyenne et écart-type

Remplaçons chaque classe par son milieu :

$$\bar{x} \approx \frac{17 \times 0,2 + 32 \times 0,4 + 114 \times 0,6 + \dots + 76 \times 1,4 + 29 \times 1,6}{625}$$

$$\boxed{\bar{x} \approx 0,92}$$

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{17(0,2-\bar{x})^2 + 32(0,4-\bar{x})^2 + \dots + 29(1,6-\bar{x})^2}{625}}$$

$$\boxed{\sigma \approx 0,34}$$

4)

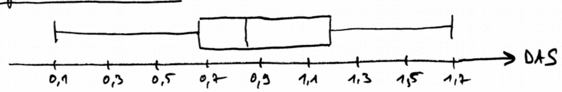
Indice du DAS	[0,1; 0,3[	[0,3; 0,5[	[0,5; 0,7[	[0,7; 0,9[	[0,9; 1,1[	[1,1; 1,3[	[1,3; 1,5[	[1,5; 1,7[
Effectif	17	32	114	185	78	94	76	29
ECC	17	49	163	348	426	520	596	625
FCC	0,027	0,078	0,261	0,557	0,682	0,832	0,954	1

5) Médiane et quartiles

On obtient une valeur approchée de la médiane en lisant l'abscisse du point de la courbe des FCC d'ordonnée 50 : $\boxed{\text{med} \approx 0,86}$

De même pour les quartiles en lisant les abscisses des points de la courbe des FCC d'ordonnées 25 et 75 : $\boxed{Q_1 \approx 0,69 \text{ et } Q_3 \approx 1,19}$

6) Diagramme en boîte

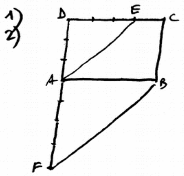


7) Téléphone de Florence

D'après ce qui précède, $\text{Med} \approx 0,87$ donc le DAS du téléphone de Florence est supérieur à la médiane donc son téléphone ne fait pas partie de la moitié des téléphones ayant le DAS le plus faible.

II)

1)
2)



3) $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ (par (H) $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$)

$\boxed{\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}$

4) $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

$\boxed{\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}}$ (par (H) $\overrightarrow{AF} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$)

5) (AE) et (BF) parallèles ?

D'après 3) $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

donc $-\frac{4}{3}\overrightarrow{AE} = -\frac{4}{3}\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = -\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$

or d'après 4) $-\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BF}$

donc $-\frac{4}{3}\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF}$

donc $\overrightarrow{BF}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AE}$

donc $\boxed{\text{(AE) et (BF) sont parallèles}}$

III)

1) Comparer $f(-8)$ et $f(9)$

D'après le tableau de variations f est st. décroissante sur $[-10\,;-2]$

or $-10 < -8 < -2$ donc $f(-10) > f(-8) > f(-2)$

donc $0 > f(-8)$

De même f est strictement croissante sur $[8\,;12]$

or $8 < 9 < 12$ donc $f(8) < f(9) < f(12)$

donc $3 < f(9)$

Bilan : $f(-8) < 0 < 3 < f(9)$ donc $\boxed{f(-8) < f(9)}$

2) Comparer $f(-1)$ et $f(1)$

f est strictement croissante sur $[-2\,;0]$

or $-2 < -1 < 0$ donc $f(-2) < f(-1) < f(0)$

donc $-7 < f(-1) < 7$

f est strictement décroissante sur $[0\,;8]$

or $0 < 1 < 8$ donc $f(0) > f(1) > f(8)$

donc $7 > f(1) > 3$

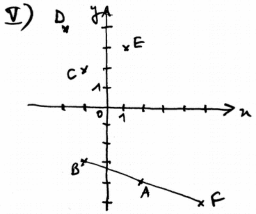
les intervalles $]-7\,;7[$ et $]3\,;7[$ ont une intersection

$\boxed{\text{Ces informations ne permettent pas de comparer } f(-1) \text{ et } f(1)\,!}$

IV)

Le prix d'une place de spectacle est passé de 6,70€ à 7 €. La valeur approchée par excès au dixième près du taux d'augmentation est :	0,3 %	4,5 %	4,3 %
On donne le tableau suivant : Année : 2009, 2010, 2011 ; Taux d'évolution annuel : +10%, -50%, +7%. Le taux d'évolution global sur 3 ans est :	−33 %	−41,15 %	−11 %
Une photocopieuse augmente de 20% une dimension d. La nouvelle dimension est :	$20 \times d$	$0,2 \times d$	$1,2 \times d$
Si on ajoute deux fois son volume à une boisson aromatisée, son volume	Double	Augmente de 200%	Quadruple
Une quantité qui subit une hausse de 32 % suivie d'une hausse de 18 % aura	Augmenté de 50%	Augmenté de 5,76%	Augmenté de 55,76%
Le prix d'une BD a augmenté de 5% puis le lendemain baissé de 5%. Le prix de cette BD :	Est revenu à son prix initial	A baissé	A augmenté
La production d'une entreprise a baissé de 4% Le taux d'évolution au centième près à appliquer pour que la production revienne à sa valeur initiale est :	+4 %	+4,5 %	+4,17 %
Lors de récents sondage, la cote de popularité d'un ministre est passée de 40 à 35%, soit	Une diminution de 20%	Une diminution de 12,5%	Une diminution de 5%

V)



1) Coordonnées de E

Par (H) $\overrightarrow{OE} = -\overrightarrow{OB}$

donc les coordonnées de E sont les opposées de celles de B

donc $\boxed{E(1\,;3)}$

Coordonnées de D

Par (H) $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$ donc $\begin{cases} x_D - x_A = \frac{4}{3}(x_C - x_A) \\ y_D - y_A = \frac{4}{3}(y_C - y_A) \end{cases}$

donc $\begin{cases} x_D = 2 + \frac{4}{3}(-1-2) \\ y_D = -4 + \frac{4}{3}(2-(-4)) \end{cases}$ donc $\boxed{D(-2\,;4)}$

Coordonnées de F

Par (H) $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DE} + 2\overrightarrow{DO}$ donc $\begin{cases} x_F - x_D = x_E - x_D - 2x_D \\ y_F - y_D = y_E - y_D - 2y_D \end{cases}$

donc $\begin{cases} x_F = x_E - 2x_D \\ y_F = y_E - 2y_D \end{cases}$ donc $\boxed{F(5\,;-5)}$

2) Coordonnées de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AF}$

$\begin{cases} x_A - x_B = 3 \\ y_A - y_B = -1 \end{cases}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_F - x_A = 3 \\ y_F - y_A = -1 \end{cases}$ donc $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

Bilan $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AF}$

donc $\boxed{\text{A est le milieu de [BF]}}$

VI 1) Maximum de f

Montrons que f admet un maximum en -1 sur $\mathbb{R}$

Pour tout x de $\mathbb{R}$, déterminons le signe de $f(x) - f(-1)$:

$f(x) - f(-1) = 7 - 2(x+1)^2 - \left[7 - 2(-1+1)^2\right] = -2(x+1)^2$

a un carré est toujours positif ou nul

donc $f(x) - f(-1) \leq 0$ donc $f(x) \leq f(-1)$ avec $f(-1) = 7$

donc $\boxed{\text{f admet un maximum de 7 en } -1 \text{ sur } \mathbb{R}}$

2) Variations de f sur $]-\infty ; -1]$

Pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 \leq -1$

déterminons le signe de $f(x_1) - f(x_2)$:

$$\boxed{f(x_1) - f(x_2)} = 7 - 2(x_1+1)^2 - 7 + 2(x_2+1)^2$$
$$= -2\left[(x_1+1)^2 - (x_2+1)^2\right]$$
$$= -2(x_1 + 1 - x_2 - 1)(x_1 + 1 + x_2 + 1)$$
$$= \boxed{-2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 2)}$$

par (H) $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$

par (H) $x_1 < -1$ et $x_2 \leq -1$ donc $x_1 + x_2 < -2$

donc $x_1 + x_2 + 2 < 0$

Bilan $f(x_1) - f(x_2) < 0$

donc $f(x_1) < f(x_2)$

donc $\boxed{\text{f est st. croissante sur }]-\infty ; -1]}$

Variations de f sur $[-1 ; +\infty[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $-1 \leq x_1 < x_2$

déterminons le signe de $f(x_1) - f(x_2)$:

$f(x_1) - f(x_2) = -2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 2)$

par (H) $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$

par (H) $x_1 \geq -1$ et $x_2 > -1$ donc $x_1 + x_2 > -2$

donc $x_1 + x_2 + 2 > 0$

Bilan $f(x_1) - f(x_2) > 0$

donc $f(x_1) > f(x_2)$

donc $\boxed{\text{f est st. décroissante sur } [-1 ; +\infty[}$

3) Tableau de variations de f

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f		$\nearrow$	7	$\searrow$	

4) Ensemble de définition de g

$D_g = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x + 1 \neq 0\}$ $\quad \boxed{D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1\}}$

5) Variations de g sur $]-1 ; +\infty[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $-1 < x_1 < x_2$

déterminons le signe de $g(x_1) - g(x_2)$:

$$\boxed{g(x_1) - g(x_2)} = 7 - \frac{2}{x_1+1} - 7 + \frac{2}{x_2+1}$$
$$= \frac{2(x_1+1) - 2(x_2+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$
$$= \boxed{\frac{2(x_1 - x_2)}{(x_1+1)(x_2+1)}}$$

Par (H) $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$

par (H) $x_1 > -1$ donc $x_1 + 1 > 0$

par (H) $x_2 > -1$ donc $x_2 + 1 > 0$

Bilan, $g(x_1) - g(x_2) < 0$

donc $g(x_1) < g(x_2)$

donc $\boxed{\text{g est st. croissante sur }]-1 ; +\infty[}$

6) Résoudre (E_1) : $g(x) = \frac{1}{x+1}$

condition : $x + 1 \neq 0 \iff x \neq -1$

$(E_1) \iff 7 - \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x+1}$ et $x \neq -1$

$(E_1) \iff \frac{7(x+1) - 2 - 1}{x+1} = 0$ et $x \neq -1$

$(E_1) \iff 7(x+1) - 3 = 0$ et $x \neq -1$

$(E_1) \iff 7x + 4 = 0$ et $x \neq -1$

$(E_1) \iff x = -\frac{4}{7}$ $\quad \boxed{S = \left\{-\frac{4}{7}\right\}}$

7) Résoudre graphiquement :

(I) : $f(x) < 5$

les solutions sont les abscisses des points de C_f situés en dessous de la droite d'équation $y = 5$

$\boxed{S =]-\infty ; -2[\cup]0 ; +\infty[}$

(E_2) : $f(x) = g(x)$

les solutions sont les abscisses des points d'intersection de C_f avec C_g

$\boxed{S = \{0\}}$

VII) Partie A

1) Vérification d'égalité

Pour tout x de $\mathbb{R}$, $(x-24)(x+20) = x^2 - 24x + 20x - 480$

$= x^2 - 4x - 480$

2) Résoudre (E) : $x^2 - 4x - 480 = 0$

$(E) \iff (x-24)(x+20) = 0$

$\iff x - 24 = 0$ ou $x + 20 = 0$

$\iff x = 24$ ou $x = -20$

$\boxed{S = \{-20 ; 24\}}$

Partie B

1) La somme reçue par chaque employé est dans un premier temps : $\boxed{\frac{9600}{x}}$

2) La nouvelle part des employés éligibles est : $\frac{9600}{x-4}$

ainsi que $\frac{9600}{x} + 80$

Résolvons dans $\mathbb{N}$: (E') $\frac{9600}{x-4} = \frac{9600}{x} + 80$

conditions : $\begin{cases} x - 4 \neq 0 \\ x \neq 0 \\ x \text{ est un entier supérieur à } 4 \end{cases} \iff x \in \mathbb{N}$ et $x > 4$

$(E') \iff \begin{cases} \frac{9600}{x-4} - \frac{9600}{x} - 80 = 0 \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x > 4 \end{cases}$

$(E') \iff \begin{cases} 9600x - 9600(x-4) - 80x(x-4) = 0 \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x > 4 \end{cases}$

$(E') \iff \begin{cases} 9600 \times 4 - 80x^2 + 320x = 0 \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x > 4 \end{cases}$

$(E') \iff \begin{cases} 480 - x^2 + 4x = 0 \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x > 4 \end{cases}$

$(E') \iff \begin{cases} x^2 - 4x - 480 = 0 \\ x \in \mathbb{N} \text{ et } x > 4 \end{cases}$

D'après 2) de la partie A, $\boxed{S' = \{24\}}$

Il y a en tout 24 employés dans l'entreprise

2D DS du 16 I 18 1h Corrigé succinct

Partie A

1) Médianes et quartiles

L'effectif total est 360

• $\frac{360+1}{2} = 180,5$ la médiane est donc la demi-somme des 180^e et 181^e termes de la série.

Med $= 8h\ 59min\ \frac{17}{2}s = 8 + \frac{59}{60} + \frac{17}{2\times 3600}$ h $\approx \boxed{8,986\ h}$

• $\frac{360}{4} = 90$ Q_1 est le $90^{ème}$ terme de la série

$Q_1 = 8h\ 03\ min\ 54s = 8 + \frac{3}{60} + \frac{54}{3600}$ h $\approx \boxed{8,065\ h}$

• $\frac{3\times 360}{4} = 270$ Q_3 est le $370^{ème}$ terme de la série

$Q_3 = 10h\ 17min\ 7s = 10 + \frac{17}{60} + \frac{7}{3600}$ h $\approx \boxed{10,285\ h}$

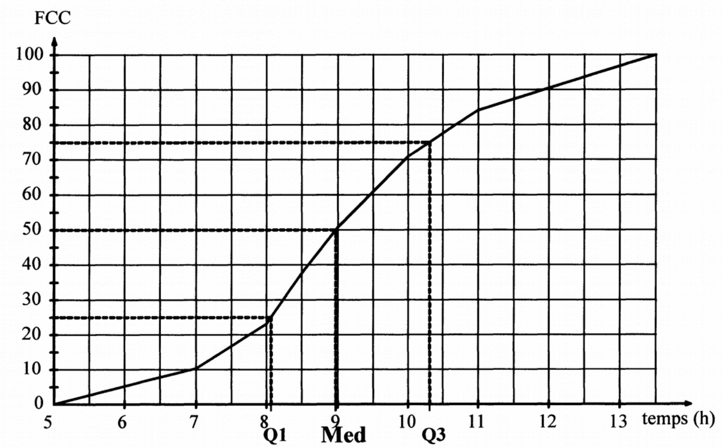
2) Interprétation de la médiane

La moitié des coureurs qui ont terminé la course ont mis moins de 8,986 h et l'autre moitié ont mis plus.

3) Tableau

Temps (h)	[5 ; 7[	[7 ; 8[	[8 ; 8,5[	[8,5 ; 9[	[9 ; 10[	[10 ; 11[	[11;13,5[	Total
Effectifs	37	46	52	48	72	48	57	360
Fréquences (%)	10,3	12,8	14,4	13,3	20	13,3	15,8	100
FCC (%)	10,3	23,1	37,5	50,8	70,8	84,2	100	

4) Polygone des FCC



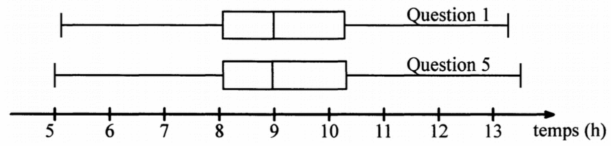
5) Lecture graphique de la médiane et des quartiles

Le point de la courbe des FCC d'ordonnée 25 a pour abscisse environ 8,1 donc $\boxed{Q_1 \approx 8,1\ h}$

Le point de la courbe des FCC d'ordonnée 50 a pour abscisse environ 9 donc $\boxed{Méd \approx 9\ h}$

Le point de la courbe des FCC d'ordonnée 75 a pour abscisse environ 10,3 donc $\boxed{Q_3 \approx 10,3}$

6) Diagramme en boîte



L'écart entre les deux graphiques est insignifiant.
L'approximation faite en répartissant les données par classes est ici très bonne !

7) Temps moyen des coureurs à partir du tableau :

Remplaçons chaque classe par son milieu :

$$\boxed{\bar{x} \approx \frac{6\times 37 + 7,5\times 46 + 8,25\times 52 + 8,75\times 48 + 9,5\times 72 + 10,5\times 48 + 12,25\times 57}{360} \approx 9,17\ h}$$

Là encore l'écart entre la moyenne réelle (9,15) donnée dans l'énoncé et l'approximation calculée ci-dessus (9,17) est très faible.

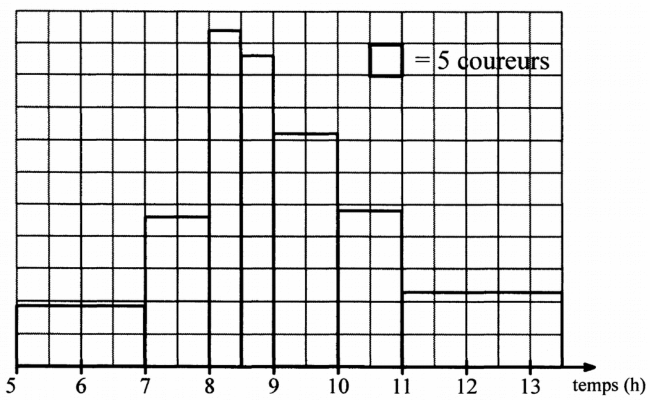
8) Histogramme de la série

$4\times h_1\times 5 = 37$ donc $h_1 = 1,85$

$2\times h_2\times 5 = 46$ donc $h_2 = 4,6$

$1\times h_3\times 5 = 52$ donc $h_3 = 10,4$

- - - - - - - - - - - -



I) 1) Tableau des fréquences

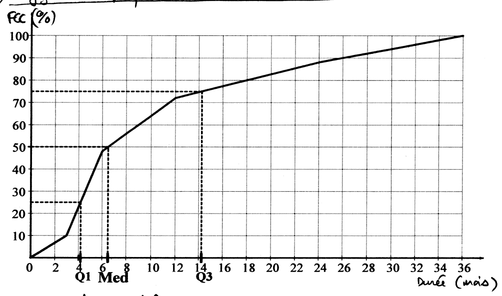
Durée (mois)	[0;3[	[3;6[	[6;12[	[12;24[	[24;36[
Fréquence (%)	10	38	24	16	12
FCC (%)	10	48	72	88	100

2) Approximation de la moyenne

Remplaçons chaque classe par son milieu :

$\bar{x} \approx \dfrac{10\times1{,}5 + 38\times4{,}5 + \dots + 12\times30}{100}$ $\boxed{\bar{x} \approx 10{,}5 \text{ mois}}$

3) Polygone des fréquences cumulées croissantes



Médiane et quartiles

le point de la courbe des FCC d'ordonnée 25 a pour abscisse environ 4,2 donc $\boxed{Q_1 \approx 4{,}2 \text{ mois}}$

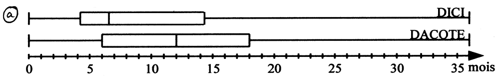
le point de la courbe des FCC d'ordonnée 50 a pour abscisse environ 6,5 donc $\boxed{\text{Med} \approx 6{,}5 \text{ mois}}$

le point de la courbe des FCC d'ordonnée 75 a pour abscisse environ 14,25 donc $\boxed{Q_3 \approx 14{,}25 \text{ mois}}$

La moitié des chercheurs d'emploi mettent donc moins de 6 mois et demi à retrouver du travail

4) Diagrammes en boîtes

ⓐ



ⓑ Choix de la ville

D'après le graphique ci-dessus, on voit que les 3 indicateurs Q_1, Méd, Q_3 sont plus petits dans la ville DICI que dans la ville DACOTE. Les temps d'attente pour retrouver un emploi sont donc globalement plus courts à DICI et c'est là que je préférerai habiter.

II) 1) Résoudre algébriquement (I_1)

$(I_1) : 1 + \frac{1}{x} \leq \frac{x-2}{x+1}$

condition : $x \neq 0$ et $x \neq -1$

$(I_1) \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{x} - \frac{x-2}{x+1} \leq 0$ et $x \neq 0$ et $x \neq -1$

$(I_1) \Leftrightarrow \dfrac{x(x+1) + (x+1) - x(x-2)}{x(x+1)} \leq 0$ et $x \neq 0$ et $x \neq -1$

$(I_1) \Leftrightarrow \dfrac{x^2 + x + x + 1 - x^2 + 2x}{x(x+1)} \leq 0$ et $x \neq 0$ et $x \neq -1$

$(I_1) \Leftrightarrow \dfrac{4x+1}{x(x+1)} \leq 0$ et $x \neq 0$ et $x \neq -1$

Tableau de signe

x	$-\infty$	-1	$-1/4$	0	$+\infty$
$4x+1$	−	−	0 +	+	+
x	−	−	−	0 +	+
$x+1$	−	0 +	+	+	+
Q	−	+	0 −	+	+

$\boxed{\mathcal{S} =]-\infty;-1[\cup [-\tfrac{1}{4};0[}$

2) Résoudre graphiquement (I_1)

ⓐ On peut tracer les courbes d'équations $y = 1 + \frac{1}{x}$ et $y = \frac{x-2}{x+1}$

ⓑ Les solutions sont alors les abscisses des points de la courbe d'eq $y = 1 + \frac{1}{x}$ situés en dessous de la courbe d'eq $y = \frac{x-2}{x+1}$ (intersections comprises)

On retrouve $\boxed{\mathcal{S} =]-\infty;-1[\cup [-\tfrac{1}{4};0[}$

3) Résoudre algébriquement (I_2)

$(I_2) : 5x^4 > 10x^3 - 5x^2$

pas de conditions.

$(I_2) \Leftrightarrow 5x^4 - 10x^3 + 5x^2 > 0$

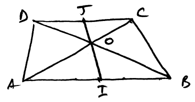
$(I_2) \Leftrightarrow 5x^2(x^2 - 2x + 1) > 0$

$(I_2) \Leftrightarrow 5x^2(x-1)^2 > 0$

$(I_2) \Leftrightarrow x \neq 0$ et $x \neq 1$ (un carré peut être nul !)

$\boxed{\mathcal{S} = \mathbb{R} \setminus \{0;1\}}$

III)



1ère méthode

1) Choix du repère

On considère que ABCD est un trapèze non aplati donc $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$ sont non colinéaires donc $(A;\vec{AB};\vec{AD})$ forme bien un repère.

2) Coordonnées de A, B, C, D, I, J

A est l'origine du repère donc $\boxed{A(0;0)}$

Les vecteurs du repère sont $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$ donc $\boxed{B(1;0) \text{ et } D(0;1)}$

Par (H) $\vec{DC} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ donc $\begin{cases} x_C - x_D = \frac{2}{3}(x_B - x_A) \\ y_C - y_D = \frac{2}{3}(y_B - y_A) \end{cases}$

donc $\begin{cases} x_C = \frac{2}{3}\times1 \\ y_C - 1 = \frac{2}{3}\times0 \end{cases}$ donc $\boxed{C(\tfrac{2}{3};1)}$

I est le milieu de [AB] donc $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \end{cases}$ donc $\boxed{I(\tfrac{1}{2};0)}$

J est le milieu de [DC] donc $\begin{cases} x_J = \frac{x_D + x_C}{2} = \frac{1}{3} \\ y_J = \frac{y_D + y_C}{2} = 1 \end{cases}$ donc $\boxed{J(\tfrac{1}{3};1)}$

3) Coordonnées de O en fonction de k

Par (H) O appartient à la diagonale [AC]

donc $\vec{AO}$ est colinéaire à $\vec{AC}$

donc il existe un réel k tel que $\vec{AO} = k\vec{AC}$

on a alors : $\begin{cases} x_O - x_A = k(x_C - x_A) \\ y_O - y_A = k(y_C - y_A) \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_O = \frac{2k}{3} \\ y_O = k \end{cases}$

donc $\boxed{O(\tfrac{2k}{3};k)}$

4) Calcul de k

Par (H) O appartient aussi à la diagonale [BD]

donc $\vec{BO}\begin{pmatrix} \frac{2k}{3} - 1 \\ k \end{pmatrix}$ est colinéaire à $\vec{BD}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

donc $\dfrac{\frac{2k}{3} - 1}{-1} = \dfrac{k}{1}$ donc $\dfrac{3-2k}{3} = k$ donc $\boxed{k = \tfrac{3}{5}}$

Coordonnées de O

D'après ce qui précède, $O(\frac{2k}{3};k)$ avec $k = \frac{3}{5}$ donc $\boxed{O(\tfrac{2}{5};\tfrac{3}{5})}$

5) O, I et J alignés ?

D'après ce qui précède, $I(\frac{1}{2};0)$ et $O(\frac{2}{5};\frac{3}{5})$ donc $\vec{IO}\begin{pmatrix} -\frac{1}{10} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$

$I(\frac{1}{2};0)$ et $J(\frac{1}{3};1)$ donc $\vec{IJ}\begin{pmatrix} -\frac{1}{6} \\ 1 \end{pmatrix}$

or on remarque que $\vec{IO} = \frac{3}{5}\vec{IJ}$

donc $\vec{IO}$ est colinéaire à $\vec{IJ}$

donc $\boxed{\text{I, O et J sont bien alignés}}$

2ème méthode

6) Thalès

- Par (H), (DC) // (AB) donc (DK) // (IB)

De plus D, O et B sont alignés ainsi que K, O et I

donc d'après Thalès dans les triangles DKO et OBI

on a : $\dfrac{OK}{OI} = \dfrac{DK}{IB}$

- Par (H), (DC) // (AB) donc (KC) // (AI)

de plus C, O et A sont alignés ainsi que K, O et I

donc d'après Thalès dans les triangles KCO et OAI

on a : $\dfrac{OK}{OI} = \dfrac{KC}{AI}$

- Bilan, on a bien $\boxed{\dfrac{OK}{OI} = \dfrac{DK}{IB} = \dfrac{KC}{AI}}$

7) Montrer que K est le milieu de [DC]

D'après 6) $\dfrac{DK}{IB} = \dfrac{KC}{AI}$

or par (H) I est le milieu de [AB] donc $IB = AI$

donc $DK = KC$

or par (H) D, K et C sont alignés

donc $\boxed{\text{K est bien le milieu de [DC]}}$

2des Composition du 19 III 13 3h Corrigé succinct

I) 1) Médiane et quartiles de la série corrigée par Mme Y

Note attribuée	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Total
Nombre de copies	3	4	4	6	5	6	8	6	4	7	10	5	5	2	75
ECC	3	7	11	17	22	28	36	42	46	53	63	68	73	75	

L'effectif total est 75

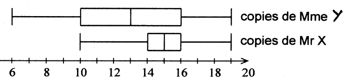
$\frac{75+1}{2} = 38$ donc la médiane est le 38ème terme :

$\boxed{\text{méd} = 13/20}$

$\frac{75}{4} = 18{,}75$ donc Q_1 est le 19ème terme : $\boxed{Q_1 = 10/20}$

$\frac{75 \times 3}{4} = 56{,}25$ donc Q_3 est le 57ème terme : $\boxed{Q_3 = 16/20}$

2) Diagrammes en boîtes



Comparaison des deux séries

La médiane de la série X est supérieure à la médiane de la série Y donc la série X est globalement meilleure.
L'écart interquartile de la série X est inférieur à celui de la série Y donc la série X est plus homogène.

II) 1) Ensemble de définition

$x \in D_f \Leftrightarrow x^2+1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq -1$
or un carré ne peut être strictement négatif !
donc $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

2) Minimum de f

Montrons que f admet un minimum en $x=0$
Pour tout x de $\mathbb{R}$, déterminons le signe de $f(x) - f(0)$

$f(x) - f(0) = \frac{-4}{x^2+1} - \frac{(-4)}{0+1} = \dots = \frac{4x^2}{x^2+1}$

or un carré est toujours positif donc $4x^2 \geqslant 0$ et $x^2+1>0$
donc $f(x) - f(0) \geqslant 0$
donc $f(x) \geqslant f(0)$ avec $f(0) = -4$
donc $\boxed{\text{f admet un minimum de } -4 \text{ en } 0 \text{ sur } \mathbb{R}}$

3) Signe de f(x)

Pour tout x de $\mathbb{R}$, $x^2+1>0$ et $-4<0$
donc $\boxed{f(x)<0}$

4) Variations sur $\mathbb{R}^-$

Pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 \leqslant 0$
la fonction carré est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$
donc $x_1^2 > x_2^2 \geqslant 0$
donc $x_1^2+1 > x_2^2+1 \geqslant 1$
la fonction inverse est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{*+}$
donc $\frac{1}{x_1^2+1} < \frac{1}{x_2^2+1} \leqslant 1$
donc $\frac{-4}{x_1^2+1} > \frac{-4}{x_2^2+1}$
donc $f(x_1) > f(x_2)$
Bilan $\boxed{\text{f est strictement décroissante sur } \mathbb{R}^-}$

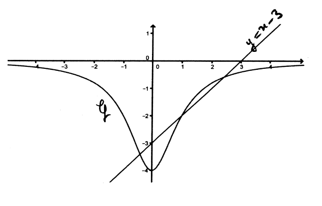
Variations sur $\mathbb{R}^+$

Pour tous x_1, x_2 tels que $0 \leqslant x_1 < x_2$
la fonction carré est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$
donc $0 \leqslant x_1^2 < x_2^2$
donc $1 \leqslant x_1^2+1 < x_2^2+1$
la fonction inverse est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{*+}$
donc $1 \geqslant \frac{1}{x_1^2+1} > \frac{1}{x_2^2+1}$
donc $\frac{-4}{x_1^2+1} < \frac{-4}{x_2^2+1}$
Bilan $\boxed{\text{f est strictement croissante sur } \mathbb{R}^+}$

Tableau de variation

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

5) Courbe



6) Résoudre (E)

(E) : $f(x) = -1$ (pas de valeurs interdites !)
(E) $\Leftrightarrow \frac{-4}{x^2+1} = -1$
(E) $\Leftrightarrow -4 = -(x^2+1)$
(E) $\Leftrightarrow x^2 = 3$
(E) $\Leftrightarrow x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$

$\boxed{\mathcal{S} = \{-\sqrt{3} ; \sqrt{3}\}}$

7 a) Vérification d'égalité

Pour tout x de $\mathbb{R}$,

$(x-1)((x-1)^2-2) = (x-1)(x^2-2x+1-2)$
$= (x-1)(x^2-2x-1)$
$= x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x - x + 1$
$= x^3 - 3x^2 + x + 1$

b) Résolution graphique de (I)

(I) : $f(x) \leqslant x-3$ (pas de valeurs interdites !)
(I) $\Leftrightarrow -\frac{4}{x^2+1} < x-3$
(I) $\Leftrightarrow \frac{-4}{x^2+1} - \frac{(x-3)(x^2+1)}{x^2+1} \leqslant 0$
(I) $\Leftrightarrow \frac{-4-(x^3-3x^2+x-3)}{x^2+1} \leqslant 0$
(I) $\Leftrightarrow -4 - x^3 + 3x^2 - x + 3 \leqslant 0$
(I) $\Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - x - 1 \leqslant 0$
(I) $\Leftrightarrow (x-1)((x-1)^2-2) \geqslant 0$ (d'après a))
(I) $\Leftrightarrow (x-1)(x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2}) \geqslant 0$

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		1		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1-\sqrt{2}$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1+\sqrt{2}$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
Π		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

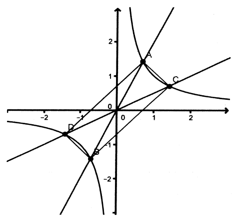
$\boxed{\mathcal{S} = [1-\sqrt{2} ; 1] \cup [1+\sqrt{2} ; +\infty[}$

Résolution graphique de (I)

les solutions sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés en dessous de la droite d'équation $y = x-3$

$\boxed{\mathcal{S} = [a ; 1] \cup [b ; +\infty[}$ avec $a \approx -0{,}4$ et $b \approx 2{,}4$

III) 1) et 2)



3) Coordonnées de A et B

Soit $M(x;y)$ un point quelconque.

$M \in H \cap d \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = 2x \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{1}{x} \\ y = 2x \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1}{2} \\ y = 2x \\ x \neq 0 \end{cases}$

donc $M \in H \cap d \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = -\sqrt{2} \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$

donc $\boxed{A\left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; \sqrt{2}\right) \text{ et } B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} ; -\sqrt{2}\right)}$

4) Coordonnées de C et D

$M \in H \cap d' \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = \frac{1}{2}x \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x = \frac{1}{x} \\ y = \frac{1}{2}x \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \\ y = \frac{1}{2}x \\ x \neq 0 \end{cases}$

donc $M \in H \cap d' \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

donc $\boxed{C\left(\sqrt{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ et } D\left(-\sqrt{2} ; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$

5) Nature de ABCD

- D'après 3) on a : $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; \sqrt{2}\right)$ et $B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} ; -\sqrt{2}\right)$
  donc A et B sont symétriques par rapport à O
  donc O est le milieu de [AB]

  De même d'après 4) on a : $C\left(\sqrt{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ et $D\left(-\sqrt{2} ; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
  donc O est aussi le milieu de [CD]

  Bilan : les diagonales de ABCD se coupent en leur milieu O
  donc ABCD est un parallélogramme.

- De plus : $AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = \dots = 1$
  $BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = \dots = 9$
  $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = \dots = 10$

  On a donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$
  donc d'après la réciproque de Pythagore dans le triangle ABC, ce triangle est rectangle en C.

Bilan : le parallélogramme ABCD a un angle droit et est donc un $\boxed{\text{rectangle}}$

IV) 1) Cas particulier : ordonnées possibles de M

$M \in \mathcal{C} \Leftrightarrow KM^2 = R^2$
$\Leftrightarrow (x_M - x_K)^2 + (y_M - y_K)^2 = R^2$
$\Leftrightarrow 16 + (y_M + 2)^2 = 32$
$\Leftrightarrow (y_M + 2)^2 = 16$
$\Leftrightarrow y_M + 2 = 4$ ou $y_M + 2 = -4$
$\Leftrightarrow \boxed{y_M = 2 \text{ ou } y_M = -6}$

2) Cas général : ordonnées possibles de M

$M \in \mathcal{C} \Leftrightarrow KM^2 = R^2$
$\Leftrightarrow (x_M - x_K)^2 + (y_M - y_K)^2 = R^2$
$\Leftrightarrow (X-A)^2 + (Y-B)^2 = R^2$
$\Leftrightarrow (Y-B)^2 = R^2 - (X-A)^2$

2 cas :

- Si $R^2 < (X-A)^2$ alors il n'y a pas de solution car $(Y-B)^2$ ne peut être négatif
- Si $R^2 > (X-A)^2$ alors :
  $M \in \mathcal{C} \Leftrightarrow Y - B = \sqrt{R^2-(X-A)^2}$ ou $Y - B = -\sqrt{R^2-(X-A)^2}$
  $\Leftrightarrow Y = \sqrt{R^2-(X-A)^2} + B$ ou $Y = -\sqrt{R^2-(X-A)^2} + B$

Algorithme pour TI 83+.fr

```
Prompt A, B, R, X
If (X-A)²≤R²
Then
  Disp √(R²-(X-A)²)+B, -√(R²-(X-A)²)+B
Else
  Disp "IMPOSSIBLE"
End
```

3) Test du programme

a) $Y_1 = 2$; $Y_2 = -6$
b) $Y = 4{,}5$
c) Impossible
d) $Y_1 = 1$; $Y_2 = -6$
e) $Y_1 = 4{,}4$; $Y_2 = -5{,}4$