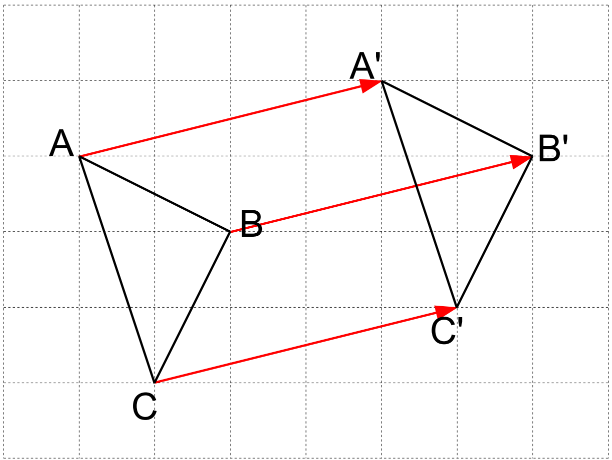
VECTEURS 1 – INTRODUCTION

I) TRANSLATIONS ET VECTEURS

1) Intuitivement

Une translation est une transformation du plan qui consiste à faire glisser ensemble tous les points du plan selon un même déplacement.



Ce déplacement appelé vecteur est caractérisé par :

- une direction : (AA') // (BB') // (CC')
- un sens sur cette direction : « vers la droite »
- une distance appelée norme du vecteur : AA' = BB' = CC'

2) Définition

Soient A et A' deux points du plan.
La translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$ associe à tout point B du plan le point B' tel que AA'B'B soit un parallélogramme (éventuellement aplati).

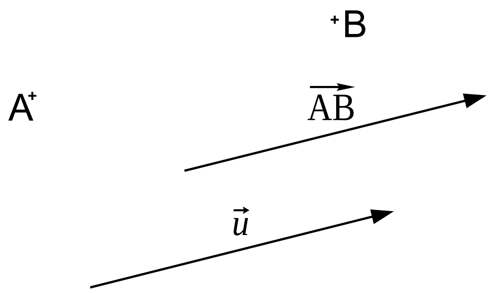
Notations :

Un vecteur s'écrit toujours avec une flèche : $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}$, …
Sa norme s'écrit : $\|\overrightarrow{AB}\|$, AB, $\|\vec{u}\|$, …

3) Égalité de vecteurs

Les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CC'}$ définissent ci-dessus la même translation.
On dit qu'ils sont égaux et on écrit : $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}$

Un vecteur n'est donc pas lié à un point de départ ou d'arrivée.



4) Vecteur nul

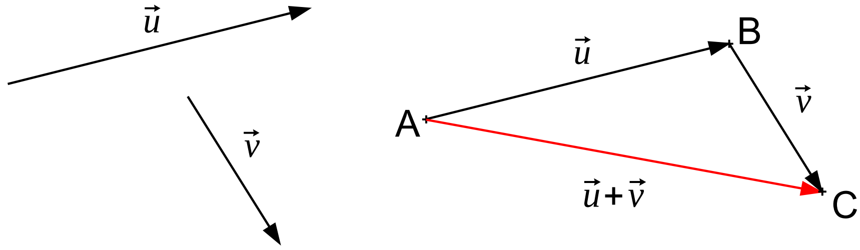
Quelque soit le point A du plan, le vecteur $\overrightarrow{AA}$ correspond à un déplacement nul. On l'appelle « vecteur nul » et on le note $\vec{0}$: $\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

p131 : 1, 2, 3
p142 : 38, 39, 48
p146 : 88

II) SOMME DE VECTEURS

1) Somme

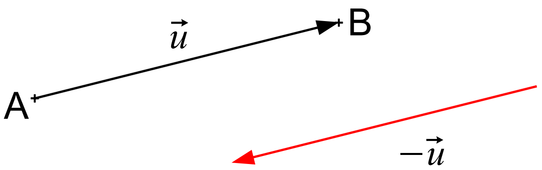
On appelle somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ le vecteur noté $\vec{u}+\vec{v}$ obtenu en enchaînant la translation de vecteur $\vec{u}$ avec celle de vecteur $\vec{v}$.



Relation de Chasles :
Quels que soient A, B et C, on a toujours : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

2) Opposé

L'opposé d'un vecteur $\vec{u}$ est le vecteur noté $-\vec{u}$ qui caractérise la translation « en sens inverse ». (même direction et même longueur)

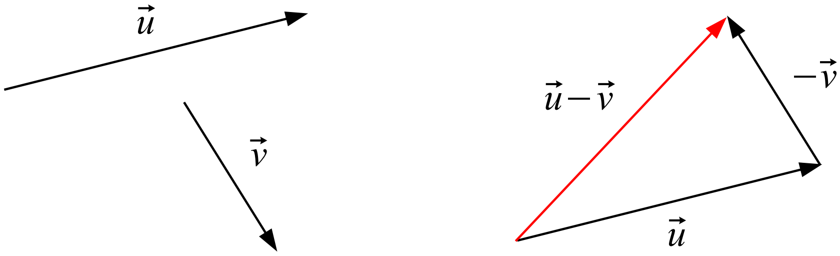


$$\vec{u}+(-\vec{u})=\vec{0}$$

D'après Chasles, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$ donc $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$

3) Différence

La différence des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est la somme de $\vec{u}$ avec l'opposé de $\vec{v}$



$$\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$$

p142 : 40, 41
p143 : 50, 52, 53, 54
p147 : 96, 99

démonstrations
p143 : 55
p146 : 90
p147 : 97, 98, 100

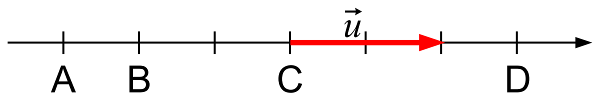
III) PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN RÉEL

1) Intuitivement

$\overrightarrow{AD}=\vec{u}+\vec{u}+\vec{u}=3\vec{u}$

$\overrightarrow{CD}=\dfrac{3}{2}\vec{u}$

$\overrightarrow{BA}=-\dfrac{1}{2}\vec{u}$



2) Définition

On appelle produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k le vecteur noté $k\vec{u}$ obtenu en enchaînant k fois la translation de vecteur $\vec{u}$.

3) Propriétés

Pour tous les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et pour tous réel k et k', on a :

$k(\vec{u}+\vec{v})=k\vec{u}+k\vec{v}$

$(k+k')\vec{u}=k\vec{u}+k'\vec{u}$

$k(k'\vec{u})=(kk')\vec{u}$

$k\vec{u}=\vec{0} \Leftrightarrow k=0$ ou $\vec{u}=\vec{0}$

Attention :

L'écriture $\vec{u}=\dfrac{\vec{v}}{2}$ est interdite, on écrira $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\vec{v}$

L'écriture $\dfrac{\vec{u}}{\vec{v}}=3$ est interdite, on écrira $\vec{u}=3\vec{v}$

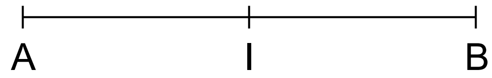
p142 : 42
p148 : 103, 104, 105, 106, 107, 108, 110, 111, 112

IV) TRADUIRE EN ÉGALITÉS VECTORIELLES

● I est le milieu de [AB] $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$

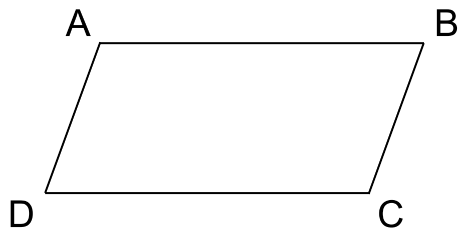


● B est le symétrique de A par rapport à I $\Leftrightarrow \overrightarrow{IB}=-\overrightarrow{IA}$

● ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$



Feuille 5.1 : à partir de 9

p146 : 91, 92, 93, 94
p147 : 101
p148 : 117
p149 : 118, 119