NOM :	**Composition n°1 de mathématiques** Calculatrice autorisée	Lundi 11 décembre 2017
2D		Durée : 2h00

Exercice 1 :

ABCD est un rectangle tel que : $AB = \sqrt{18} - \sqrt{8}$ et $BC = \sqrt{50} - \sqrt{32}$

Ce rectangle est-il un carré ? Justifier en détaillant les étapes de calcul.

Exercice 2 :

On considère les deux algorithmes suivants :

Algorithme A

Variables : X, Y, Z, T
Saisir X
Y prend la valeur $X + 4$
Z prend la valeur $Y \times Y$
T prend la valeur $Z - 3$
Afficher T

Algorithme B

Variables : X, Y
Saisir X
Affecter à Y la valeur $X \times X$
Affecter à X la valeur $X \times 8$
Affecter à X la valeur $X + 13$
Affecter à X la valeur $X + Y$
Afficher X

1/ Indiquer ce qu'affiche chacun des deux algorithmes lorsqu'on saisit $X = -2$? Qu'observez-vous ?

2/ Cette observation est-elle vérifiée quelle que soit la valeur de X saisie ? Justifier.

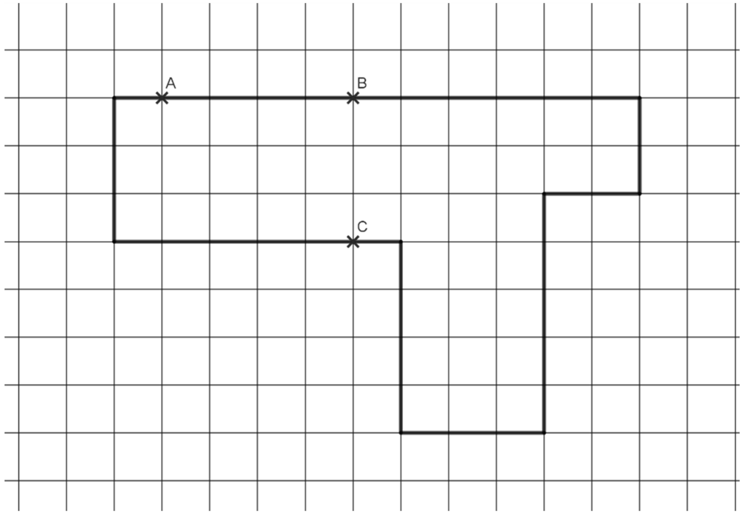
Exercice 3 :

Agnès (A), Boris (B) et Carine (C) sont assis à une table selon le schéma ci-dessous. Il y a trois consignes :

1) Boris est assis entre Agnès et Isabelle (I)
2) Carine est assise entre Jules (J) et Agnès
3) La position de Kim (K) vérifie : $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BI}$

Règle : Lorsqu'une personne (P) est assise entre deux personnes (L) et (N), alors P est le milieu de [LN]

a) Placer Isabelle, Jules et Kim sur le plan de table schématisé ci-dessous
b) Traduire les consignes 1 et 2 par une égalité vectorielle
c) Montrer que ACKB est un parallélogramme.



Exercice 4 :

ABC est un triangle quelconque. I, J et K sont les milieux respectivement de [AB], [BC] et [AC].

1) Montrer que AIJK est un parallélogramme
2) Montrer que : $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{CI} = \vec{0}$

Exercice 5 :

Soit h la fonction définie par : $h(x) = \frac{x-1}{2x+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de h
2) Les points suivants appartiennent-ils à C_h la courbe représentative de h ?

$$A(-2;1)\ ;B\left(-\frac{1}{2};-2\right);C(\sqrt{2}\,;0{,}1)$$

3) Déterminer algébriquement les antécédents éventuels de $\sqrt{3}$ et de $\frac{1}{2}$.

Exercice 6 :

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

1) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 4)(x + 1)$.

Dans la suite de cet exercice, on travaillera sur $D_f = [-3;3]$.

2) Etablir le tableau de valeurs de f sur l'intervalle $[-3\,;3]$ avec un pas de 0,5.
3) Tracer la courbe représentative de f, notée C_f, sur $[-3\,;3]$ dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$.

   On choisira 2 cm pour unité en abscisse et 0,5 cm pour unité en ordonnée.
4) Déterminer graphiquement les antécédents éventuels de 0 par f sur $[-3\,;3]$.
5) Résoudre sur $[-3\,;3]$ l'équation : (E_1): $f(x) = 0$.

   Cela confirme-t-il les valeurs trouvées à la question 4 ?
6) Déterminer graphiquement les solutions de (I_1): $f(x) > 0$ sur $[-3\,;3]$.
7) On donne la fonction g définie sur $[-3\,;3]$ par $g(x) = 2x - 4$.

   Tracer la courbe représentative de g, notée C_g.
8) Résoudre graphiquement et algébriquement (E_2) : $f(x) = g(x)$ sur $[-3\,;3]$.
9) Résoudre graphiquement : (I_2) : $f(x) > g(x)$ sur $[-3\,;3]$.

Barème probable :

Ex1 : 2,5 points Ex2 : 2,5 points Ex3 : 2,5 points Ex4 : 2,5 points Ex5 : 3 points Ex6 : 7 points

Nom :	…………………………………………………………………………………………	
2ndes 14 nov 2017	**Devoir Surveillé de mathématiques n°2**	Durée : 2 h Pas de calculatrice

Exercice I (3,5 points): Calculer les expressions suivantes. On donnera le résultat sous la forme la plus simple possible :

$A = \left(5\sqrt{2}+2\right)^2 - 3\sqrt{2}\left(4-\sqrt{2}\right)$ et $B = \dfrac{\left(\sqrt{7}+2\right)^2}{2\sqrt{7}-2}$

Exercice 2 (2 points):

Soient a, b, c et d des nombres réels. Dans chaque cas ci-dessous, compléter directement la colonne de droite par : $P \Rightarrow Q$; $Q \Rightarrow P$ ou $P \Leftrightarrow Q$

P	Q	$P \Rightarrow Q$; $Q \Rightarrow P$ ou $P \Leftrightarrow Q$
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	$AB = CD$	
$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$	I milieu de $[AB]$	
$x > -1$	$x \geq 0$	
C appartient au cercle de diamètre $[AB]$	ABC est rectangle en C	
Je vis en Espagne	Je vis à Madrid	
$a^2 = b^2$	$a = b$	
$x \in [-1; 3{,}5] \cup [\sqrt{3}; 7]$	$x \leq 7$	
$a + c = b + d$	$a = b$ et $c = d$	

Exercice 3 (5,5 points): Pour tout nombre x réel, on pose :

$A(x) = 3(x-2)^2 - x^2 + 4 + (x-1)(x+2)$
$B(x) = (4-2x)^2 - (x+3)^2 + (3x-1)^2$

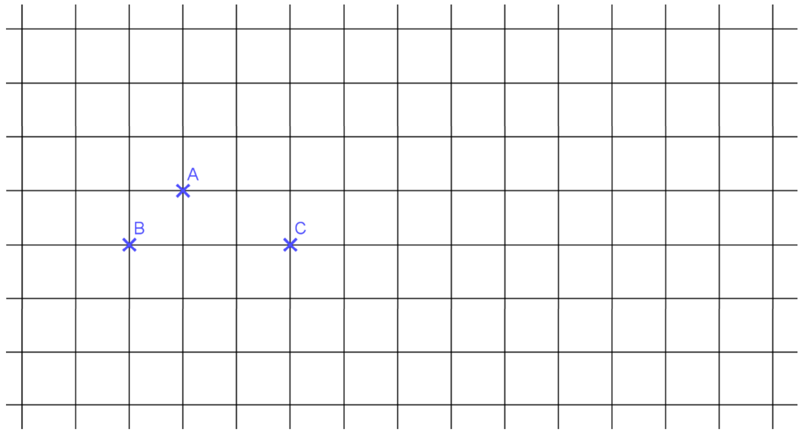
1) Développer, réduire et ordonner les expressions précédentes.
2) Montrer que pour tout x réel, $B(x) = 12\left[\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{25}{36}\right]$
3) Factoriser $B(x)$.
4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : (On choisira la forme de $A(x)$ et $B(x)$ la plus adaptée)

   (E_1): $A(x) = 14$; (E_2): $B(x) = \frac{25}{3}$ et (E_3): $B(x) = 0$

Exercice 4 (4 points):

Soit ABC un triangle non aplati.

1) Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 3\,\overrightarrow{BA}$.
2) Soit le point E tel que $3\,\overrightarrow{CE} = 2\,\overrightarrow{BE} + 3\,\overrightarrow{AB}$.
   Montrer que $\overrightarrow{CE} = 2\,\overrightarrow{BC} + 3\,\overrightarrow{AB}$, et construire le point E.
3) Soit le point F tel que $3\,\overrightarrow{FC} = 2\,\overrightarrow{FB}$.
   Exprimer $\overrightarrow{FC}$ en fonction de $\overrightarrow{CB}$ et construire le point F.
4) Que peut-on en conclure pour le quadrilatère AEFD ? Justifier.



Exercice 5 (3 points):

Soit ABCD un quadrilatère quelconque.

1) Démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$
2) On appelle I le milieu de [AC], J celui de [BD].
   Démontrer que $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = 2\,\overrightarrow{IJ}$
3) En déduire que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\,\overrightarrow{IJ}$

Exercice 6 (2 points):

5 adultes et 6 enfants déjeunent au restaurant et commandent chacun un menu. Les adultes commandent également une bouteille de vin à 7 euros. La note s'élève à 143,50 euros. Sachant que le prix d'un menu enfant est le tiers du prix d'un menu adulte, déterminer le prix d'un menu enfant.

I) Soient A, B, C et D quatre points du plan distincts deux à deux.
Compléter ci-dessous la colonne « réponse » avec l'un des choix suivants : P ⇒ Q ; Q ⇒ P ; P ⇔ Q

P	Q	Réponse
$\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$	A, B et C sont alignés	
$AB = 2AC$	$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$	
C est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$	$ABCD$ est un parallélogramme	
Il existe un réel k non nul tel que $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{CD}$	(AB) // (CD)	
I est le milieu de $[AB]$	$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$	
$ABCD$ est un carré	$ABCD$ est un losange	
$AI = IB$	I est le milieu de $[AB]$	
$x > 0$	$x \geqslant 0$	

II) Soit $ABCD$ un parallélogramme et soit I le milieu de $[CD]$.

1) Construire les points M et N tels que : $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AD}$.
2) Exprimer $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3) Que peut-on dire des droites (MN) et (BI) ?
4) Exprimer $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
5) Que peut-on en déduire pour les points C, M et N ?

III) Soit ABC un triangle et I le milieu de $[AC]$

1) Construire les points R et S tels que : $\overrightarrow{BR}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AS}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.
2) Montrer que R est le milieu de $[SI]$.

IV) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-6x-3$

1) Montrer que pour tout réel x, $f(x)=(x-3)^2-12$
2) En déduire, pour tout réel x, une forme factorisée de $f(x)$.
3) Utiliser la forme adéquate de l'expression $f(x)$ pour résoudre algébriquement dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : (E_1) : $f(x)=-12$ $\quad (E_2)$: $f(x)=0$ $\quad (E_3)$: $f(x)=-15$

V) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

(E_4) : $(1+x)^2=1-x^2$

(E_5) : $\frac{3}{x+2}=\frac{2}{x+3}$

(E_6) : $\frac{x^2-2}{(x-1)(x-2)}-\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}=0$

(E_7) : $\frac{x^2+4x+4}{x-2}=x+6+\frac{16}{x-2}$

(E_8) : $(1-2x)^2+4x^2-1=6x-3$

BAREME PROBABLE : I) 2pts II) 5pts III) 3pts IV) 4pts V) 6pts