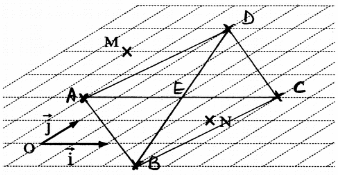
2B – DS du 15/11/16 – 2h – Corrigé succinct

I) 1) Coordonnées de M et N

$\vec{OM} = -\vec{i} + 4\vec{j}$ donc $M(-1;4)$

$\vec{ON} = 2\vec{i} + \vec{j}$ donc $N(2;1)$

2) 3)



4) Coordonnées de D

Par (H) ABCD est un parallélogramme donc $\vec{AD} = \vec{BC}$

donc $\begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} - 2 \\ y_D - 2 = 2 + 1 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 5 \end{cases}$

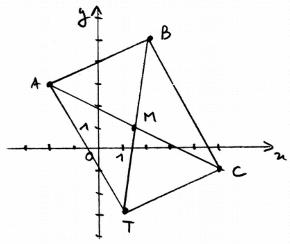
Par (H) E est le centre du parallélogramme ABCD

donc E est le milieu de [AC]

donc $\begin{cases} x_E = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}{2} = 1 \\ y_E = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{2+2}{2} = 2 \end{cases}$

Bilan : $\boxed{D(0;5) \text{ et } E(1;2)}$

II)



1) Nature de ABM

le repère est orthonormé

$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}+2\right)^2 + (1-3)^2} = \dots = \frac{\sqrt{65}}{2}$

$BM = \sqrt{(x_M - x_B)^2 + (y_M - y_B)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}-2\right)^2 + (1-5)^2} = \dots = \frac{\sqrt{65}}{2}$

On remarque que $AM = BM$

donc $\boxed{\text{le triangle ABM est isocèle en M}}$

2) Montrer que M est le milieu de [BT]

les coordonnées du milieu de [BT] sont :

$\begin{cases} x = \dfrac{x_B + x_T}{2} = \dfrac{2+1}{2} = \dfrac{3}{2} \\ y = \dfrac{y_B + y_T}{2} = \dfrac{5-3}{2} = 1 \end{cases}$

On reconnait les coordonnées de M qui est donc bien le milieu de [BT]

3) Coordonnées de C

Par (H), C est le symétrique de A par rapport à M

donc M est le milieu de [AC]

donc $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} \frac{3}{2} = \dfrac{-2 + x_C}{2} \\ 1 = \dfrac{3 + y_C}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_C = 5 \\ y_C = -1 \end{cases}$

$\boxed{C(5;-1)}$

4) Nature de ABCT

D'après 2) M est le milieu de [BT]

et d'après 3) M est le milieu de [AC]

donc le quadrilatère ABCT a ses diagonales qui se coupent en leur milieu donc ABCT est un parallélogramme.

De plus, d'après 1) AM = BM et comme M est le milieu des diagonales [AC] et [BT] on a donc AC = BT

donc le parallélogramme ABCT a ses diagonales de même longueur donc $\boxed{\text{ABCT est un rectangle de centre M}}$

III Résoudre dans $\mathbb{R}$

$(E_1) : (9x^2 + 12x + 4) - 5x(3x+2) + 8 - 18x^2 = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (3x+2)^2 - 5x(3x+2) + 2(4 - 9x^2) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (3x+2)^2 - 5x(3x+2) + 2(2-3x)(2+3x) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (3x+2)(3x+2 - 5x + 2(2-3x)) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (3x+2)(3x+2 - 5x + 4 - 6x) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (3x+2)(-8x+6) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (3x+2)(4x-3) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$ ou $x = \frac{3}{4}$ $\quad \boxed{S = \left\{-\frac{2}{3} ; \frac{3}{4}\right\}}$

$(E_2) : (2x-1)^2 + (2x+1)^2 = 1$

$(E_2) \Leftrightarrow 4x^2 - \cancel{4x} + 1 + 4x^2 + \cancel{4x} + \cancel{1} = \cancel{1}$

$(E_2) \Leftrightarrow 8x^2 = -1$

$(E_2) \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{8}$

or un carré ne peut être strictement négatif donc $\boxed{S = \emptyset}$

$(E_3) : x + 3 = \dfrac{(x-4)^2}{x-2}$ $\quad$ condition : $x \neq 2$

$(E_3) \Leftrightarrow (x+3)(x-2) = (x-4)^2$ et $x \neq 2$

$(E_3) \Leftrightarrow \cancel{x^2} + 3x - 2x - 6 = \cancel{x^2} - 8x + 16$ et $x \neq 2$

$(E_3) \Leftrightarrow 9x = 22$ et $x \neq 2$

$(E_3) \Leftrightarrow x = \frac{22}{9}$

$\boxed{S = \left\{\frac{22}{9}\right\}}$

$(E_4) : \dfrac{x^2 - 8}{(x-2)(x-3)} = \dfrac{1}{x-3} - \dfrac{1}{x-2}$ $\quad$ conditions : $x \neq 2$ et $x \neq 3$

$(E_4) \Leftrightarrow x^2 - 8 = x - 2 - (x-3)$ et $x \neq 2$ et $x \neq 3$

$(E_4) \Leftrightarrow x^2 - 8 = \cancel{x} - 2 - \cancel{x} + 3$ et $x \neq 2$ et $x \neq 3$

$(E_4) \Leftrightarrow x^2 = 9$ et $x \neq 2$ et $x \neq 3$

$(E_4) \Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 3$ et $x \neq 2$ et $x \neq 3$

$\boxed{S = \{-3\}}$

IV) 1)

valeur de x	4,5	4,49	4,9	4	161,2	161,7
valeur affichée	5	4	5	4	161	162

2) Cet algorithme semble afficher la valeur arrondie à l'unité de x

3) On aurait pu écrire tout simplement :

```
Lire x
Afficher E(x+0,5)
```

V) Calculer

$A = 9876543218 \times 9876543210 - 9876543214^2$

$A = (9876543214 + 4)(9876543214 - 4) - 9876543214^2$

$A = \cancel{9876543214^2} - 4^2 - \cancel{9876543214^2}$

$A = -4^2$

$\boxed{A = -16}$

Composition du 7 XII 15 — 2^h — Corrigé succinct

I)

1) Vérification d'égalité

Pour tout x de $\mathbb{R}$: $(2x+3)(4-2x) = 8x-4x^2+12-6x$

$= -4x^2+2x+12$

2) ⓐ Ensemble de définition

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \ / \ -4x^2+2x+12 \neq 0\}$

Résolvons (E) : $-4x^2+2x+12 = 0$

$(E) \Leftrightarrow (2x+3)(4-2x) = 0$

$(E) \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ ou $x = 2$

donc $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2} ; 2\}}$

ⓑ Images :

$f(-1) = \dfrac{1}{-4(-1)^2+2(-1)+12} = \dfrac{1}{-4-2+12} = \boxed{\dfrac{1}{6}}$

d'après ⓐ, $-\frac{3}{2} \notin D_f$ donc $\boxed{-\frac{3}{2} \text{ n'a pas d'image par } f}$

$f(\sqrt{2}) = \dfrac{1}{-4(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}+12} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}+4} = \dfrac{\sqrt{2}-2}{2(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)}$

$= \dfrac{\sqrt{2}-2}{2(2-4)} = \boxed{\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}}$

ⓒ Antécédent de $\frac{4}{49}$

Résolvons (E') : $f(x) = \frac{4}{49}$ — condition : $x \in D_f$

$(E') \Leftrightarrow \dfrac{1}{-4x^2+2x+12} = \dfrac{4}{49}$ et $x \neq -\frac{3}{2}$ et $x \neq 2$

$(E') \Leftrightarrow 49 = 4(-4x^2+2x+12)$ et $x \neq -\frac{3}{2}$ et $x \neq 2$

$(E') \Leftrightarrow 49 = -16x^2+8x+48$ et $x \neq -\frac{3}{2}$ et $x \neq 2$

$(E') \Leftrightarrow -16x^2+8x-1 = 0$ et $x \neq -\frac{3}{2}$ et $x \neq 2$

$(E') \Leftrightarrow 16x^2-8x+1 = 0$ et $x \neq -\frac{3}{2}$ et $x \neq 2$

$(E') \Leftrightarrow (4x-1)^2 = 0$ et $x \neq -\frac{3}{2}$ et $x \neq 2$

$(E') \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

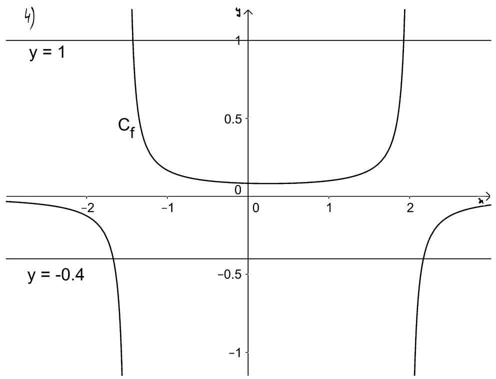
$\boxed{\frac{1}{4} \text{ est donc l'unique antécédent de } \frac{4}{49} \text{ par } f}$

3) Appartenance de A et B à $\mathcal{C}_f$

$f(1) = \dfrac{1}{-4\times1^2+2\times1+12} = \dfrac{1}{10}$ donc $\boxed{A(1 ; \tfrac{1}{10}) \in \mathcal{C}_f}$

$f(\tfrac{1}{2}) = \dfrac{1}{-4(\frac{1}{2})^2+2\times\frac{1}{2}+12} = \dfrac{1}{12}$ donc $\boxed{B(\tfrac{1}{2} ; \tfrac{1}{25}) \notin \mathcal{C}_f}$

4)



ⓐ Antécédents de $-\frac{2}{5}$

Les antécédents de $-\frac{2}{5}$ par f sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec la droite d'équation $y = -\frac{2}{5}$

Il y a deux antécédents : $a \approx -1{,}67$ et $b \approx 2{,}17$

ⓑ Résolution graphique de (E_1) : $f(x) = 1$

Les solutions sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec la droite d'équation $y = 1$

$\mathcal{S} = \{c ; d\}$ avec $c \approx -1{,}43$ et $d \approx 1{,}93$

ⓒ Question bonus

(E_1) : $f(x) = 1$ — condition : $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow \dfrac{1}{-4x^2+2x+12} = 1$ et $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow -4x^2+2x+12 = 1$ et $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow 4x^2-2x-11 = 0$ et $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{11}{4} = 0$ et $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow (x-\frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16} - \frac{11}{4} = 0$ et $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow (x-\frac{1}{4})^2 - \frac{45}{16} = 0$ et $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow (x-\frac{1}{4})^2 - (\frac{3\sqrt{5}}{4})^2 = 0$ et $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow (x-\frac{1}{4}-\frac{3\sqrt{5}}{4})(x-\frac{1}{4}+\frac{3\sqrt{5}}{4}) = 0$ et $x \in D_f$

$(E_1) \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}+\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ou $x = \frac{1}{4}-\frac{3\sqrt{5}}{4}$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\dfrac{1+3\sqrt{5}}{4} ; \dfrac{1-3\sqrt{5}}{4}\right\}}$

II) Partie A

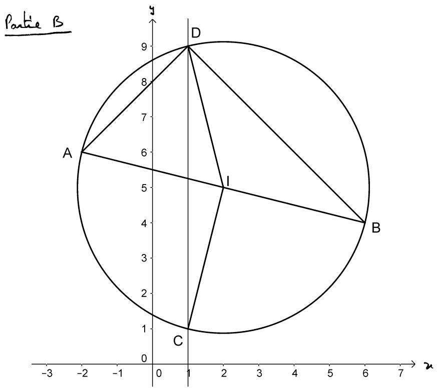
Faisons un tableau :

X	3	-2	1
U	4	1	4
V	1	4	1
W	9	6	9

Si $X = 3$, l'algorithme affiche $V = 1$ et $W = 9$

Si $X = -2$, l'algorithme affiche $V = 4$ et $W = 6$

Partie B



2) Coordonnées de I

Par (H) I est le centre du cercle de diamètre [AB]

donc I est le milieu de [AB]

donc $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{-2+6}{2} = 2 \\ y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{6+4}{2} = 5 \end{cases}$ $\boxed{I(2 ; 5)}$

Rayon du cercle

Le cercle a pour centre I et passe par A donc il a pour pour rayon IA. Nous sommes dans un repère orthonormé donc :

$IA = \sqrt{(x_A-x_I)^2+(y_A-y_I)^2} = \sqrt{(-2-2)^2+(6-5)^2} = \boxed{\sqrt{17}}$

3) ⓐ Coordonnées de C et D

Si $X = 1$, on a d'après le tableau de la partie A :

$y_C = 1$ et $y_D = 9$ donc $C(1 ; 1)$ et $D(1 ; 9)$

ⓑ Calcul de IC et ID

Le repère est orthonormé donc :

$IC = \sqrt{(x_C-x_I)^2+(y_C-y_I)^2} = \sqrt{(1-2)^2+(1-5)^2} = \sqrt{17}$

$ID = \sqrt{(x_D-x_I)^2+(y_C-y_I)^2} = \sqrt{(1-2)^2+(9-5)^2} = \sqrt{17}$

ⓒ Que dire de C et D ?

D'après 2) le rayon de $\mathcal{C}$ est $\sqrt{17}$

D'après 3)ⓑ $IC = \sqrt{17}$ donc $\boxed{C \in \mathcal{C}}$

$ID = \sqrt{17}$ donc $\boxed{D \in \mathcal{C}}$

ⓓ Nature de ABD

D'après ⓒ D appartient au cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AB]

donc le triangle ABD est inscrit dans $\mathcal{C}$ et a pour côté un diamètre de $\mathcal{C}$

donc $\boxed{\text{le triangle ABD est rectangle en D}}$

4) A quoi sert l'algorithme de la partie A ?

On remarque que V et W semblent être les ordonnées des deux points de $\mathcal{C}$ d'abscisse X.

III

1) Coordonnées de I

Par (H) I est le milieu de [AB]

donc $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{-3+x+3}{2} = \dfrac{x}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{1+2x-1}{2} = x \end{cases}$ $\boxed{I(\tfrac{x}{2} ; x)}$ $x \in \mathbb{R}$

2) Coordonnées de D

Par (H) OADB est un parallélogramme

donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OB}$

donc $\begin{cases} x_D - x_A = x_B - x_O \\ y_D - y_A = y_B - y_O \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D + 3 - x = 3 \\ y_D - 1 = 2x - 1 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D = x \\ y_D = 2x \end{cases}$

$\boxed{D(x ; 2x)}$ $x \in \mathbb{R}$

3) Cas où OAB est isocèle en O

Le repère est orthonormé donc :

$OA^2 = (x_A-x_O)^2+(y_A-y_O)^2 = (-3+x)^2+1^2 = x^2-6x+10$

$OB^2 = (x_B-x_O)^2+(y_B-y_O)^2 = 3^2+(2x-1)^2 = 4x^2-4x+10$

OAB est isocèle en O $\Leftrightarrow OA^2 = OB^2$ (des longueurs sont toujours positives)

$\Leftrightarrow x^2-6x+10 = 4x^2-4x+10$

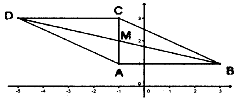
$\Leftrightarrow 3x^2+2x = 0$

$\Leftrightarrow x(3x+2) = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{x = 0 \text{ ou } x = -\frac{2}{3}}$

2C Composition du 18X10 2h Corrigé succinct

I)



1) Nature du triangle ABC

On remarque que $y_A = y_B$ donc $(AB) \parallel (Ox)$ et $x_A = x_C$ donc $(AC) \parallel (Oy)$ or le repère est orthonormal donc $(Ox) \perp (Oy)$ donc $(AB) \perp (AC)$ donc $\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } A}$

2) Coordonnées de M

par (H), M est le milieu de [AC] donc $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = -1 \\ y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = 2 \end{cases}$ donc $\boxed{M(-1;2)}$

3) Coordonnées de D

Par (H), D est le symétrique de B par rapport à M donc M est le milieu de [BD]

donc $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_D}{2} \\ y_M = \dfrac{y_B + y_D}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} -1 = \dfrac{3 + x_D}{2} \\ 2 = \dfrac{1 + y_D}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D = -5 \\ y_D = 3 \end{cases}$ $\boxed{D(-5;3)}$

4) Nature de ABCD

Par (H) M est le milieu de [AC] et d'après 3) M est aussi le milieu de [BD] donc le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu donc $\boxed{ABCD \text{ est un parallélogramme}}$

II) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$(E_1) : 3(x-7)^2 = (1-2x)^2$

$(E_1) \Leftrightarrow [3(x-7)]^2 - (1-2x)^2 = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (3x - 21 - 1 + 2x)(3x - 21 + 1 - 2x) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (5x - 22)(x - 20) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow x = \frac{22}{5}$ ou $x = 20$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{ \frac{22}{5} ; 20 \right\}}$

$(E_2) : \sqrt{2}\,x + \sqrt{3} = \sqrt{2}(x+7) + \sqrt{3} - 7\sqrt{2}$

$(E_2) \Leftrightarrow \sqrt{2}\,x + \sqrt{3} = \sqrt{2}\,x + 7\sqrt{2} + \sqrt{3} - 7\sqrt{2}$

$(E_2) \Leftrightarrow \sqrt{2}\,x - \sqrt{2}\,x = -\sqrt{3} + 7\sqrt{2} + \sqrt{3} - 7\sqrt{2}$

$(E_2) \Leftrightarrow 0x = 0$

$\boxed{\mathcal{S} = \mathbb{R}}$

$(E_3) : \dfrac{2x-3}{x+1} = \dfrac{2x+3}{x-2}$ conditions : $x \neq -1$ et $x \neq 2$

$(E_3) \Leftrightarrow \begin{cases} (2x-3)(x-2) = (2x+3)(x+1) \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 2 \end{cases}$

$(E_3) \Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{2x^2} - 3x - 4x + 6 = \cancel{2x^2} + 3x + 2x + 3 \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq 2 \end{cases}$

$(E_3) \Leftrightarrow 12x = 3$ et $x \neq -1$ et $x \neq 2$

$(E_3) \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ et $x \neq -1$ et $x \neq 2$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{ \frac{1}{4} \right\}}$

$(E_4) : -2x^2 + 12x = -14$

$(E_4) \Leftrightarrow -2x^2 + 12x + 14 = 0$

$(E_4) \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$

$(E_4) \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 - 7 = 0$

$(E_4) \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4^2 = 0$

$(E_4) \Leftrightarrow (x - 3 - 4)(x - 3 + 4) = 0$

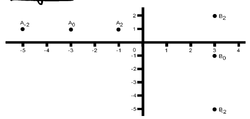
$(E_4) \Leftrightarrow (x-7)(x+1) = 0$

$(E_4) \Leftrightarrow x = 7$ ou $x = -1$

$\boxed{\mathcal{S} = \{ -1 ; 7 \}}$

III)

1) Figure



2) Calculs de longueurs

le repère étant orthonormé, on a pour tout x de $\mathbb{R}$:

$OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \sqrt{(-3+x)^2 + 1^2} = \boxed{\sqrt{x^2 - 6x + 10}}$

$OB = \sqrt{(x_B - x_O)^2 + (y_B - y_O)^2} = \sqrt{3^2 + (2x-1)^2} = \boxed{\sqrt{4x^2 - 4x + 10}}$

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3+3-x)^2 + (2x-1-1)^2} = \sqrt{(6-x)^2 + (2x-2)^2} = \dots = \boxed{\sqrt{5x^2 - 20x + 40}}$

3) AOB isocèle en O

AOB isocèle en O $\Leftrightarrow OA = OB$

$\Leftrightarrow OA^2 = OB^2$ (des distances sont toujours positives)

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 10 = 4x^2 - 4x + 10$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x = 0$

$\Leftrightarrow x(3x+2) = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{x = 0 \text{ ou } x = -\frac{2}{3}}$

(Rem : si $x = 0$, O est le milieu de [AB] !)

4) (OA) et (OB) perpendiculaires

$(OA) \perp (OB) \Leftrightarrow$ le triangle OAB est rectangle en O

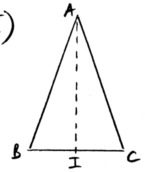
$\Leftrightarrow OA^2 + OB^2 = AB^2$ (d'après Pythagore et sa réciproque)

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 10 + 4x^2 - 4x + 10 = 5x^2 - 20x + 40$

$\Leftrightarrow 10x = 20$

$\Leftrightarrow \boxed{x = 2}$

IV)



1) Ensemble de définition

BC est une longueur donc $x \geq 0$. De plus, d'après l'inégalité triangulaire, $BC \leq BA + AC$ donc $x \leq 16$. Bilan : $\boxed{\mathcal{D}_f = [0 ; 16]}$

2) Aire(ABC) quand BC = 4 cm

Par (H) ABC est isocèle en A donc I qui est le pied de la hauteur issue de A est aussi le pied de la médiane issue de A donc I est le milieu de [BC] donc $BI = \frac{BC}{2}$

De plus, I étant par (H) le pied de la hauteur issue de A, le triangle AIB est rectangle en I et d'après Pythagore on a : $BI^2 + AI^2 = AB^2$ donc $AI^2 = AB^2 - BI^2 = 8^2 - BI^2 = 64 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \frac{256 - BC^2}{4}$

Or comme $(AI) \perp (BC)$, on a : $\text{Aire}(ABC) = \frac{BC \times AI}{2} = \frac{BC}{2} \times \sqrt{\frac{256 - BC^2}{4}} = \frac{BC}{4}\sqrt{256 - BC^2}$

Ici $BC = 4$ donc $\text{Aire}(ABC) = \frac{4}{4}\sqrt{256 - 4^2} = \sqrt{240} = \sqrt{16 \times 15} = 4\sqrt{15}$ $\boxed{\text{Aire}(ABC) = 4\sqrt{15}\ \text{cm}^2}$

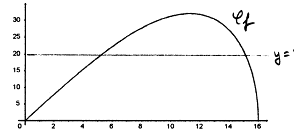
3) Aire (ABC) dans le cas général

Si $BC = x$ avec $x \in \mathcal{D}_f$ alors d'après 3) $\boxed{f(x) = \text{Aire}(ABC) = \frac{x}{4}\sqrt{256 - x^2}}$

4) Images

A l'aide de la calculatrice, on a : $\boxed{f(3{,}5) \approx 13{,}66 \ ;\ f(5) \approx 19 \text{ et } f(10) \approx 31{,}23}$

5)



6) Résoudre graphiquement $f(x) \geq 20$

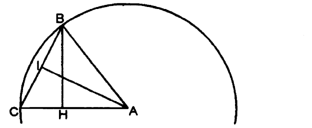
Les solutions sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés au dessus de la droite d'équation $y = 20$

$\boxed{\mathcal{S} = [a ; b] \text{ avec } a \approx 5{,}3 \text{ et } b \approx 15{,}1}$

7) Maximum

x_0 est l'abscisse du point le plus haut de la courbe : $\boxed{x_0 \approx 11{,}3}$ cm

8) ⓐ $B \in \mathcal{C}$?



Par (H), ABC est isocèle en A donc AB = AC donc $\boxed{B \in \mathcal{C}(A, AC)}$

ⓑ Aire(ABC)

Par (H), H est le pied de la hauteur issue de B dans le triangle ABC donc $(BH) \perp (AC)$

donc $\text{Aire}(ABC) = \frac{BH \times AC}{2} = \frac{BH \times 8}{2} = \boxed{4\,BH}$

ⓒ Position de B pour que BH soit maximal

BH est maximal quand B est à la verticale de A, c'est à dire si ABC est un triangle rectangle isocèle en A. On a alors d'après Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 128$ donc $x_0 = BC = \sqrt{128} = \boxed{8\sqrt{2}}$