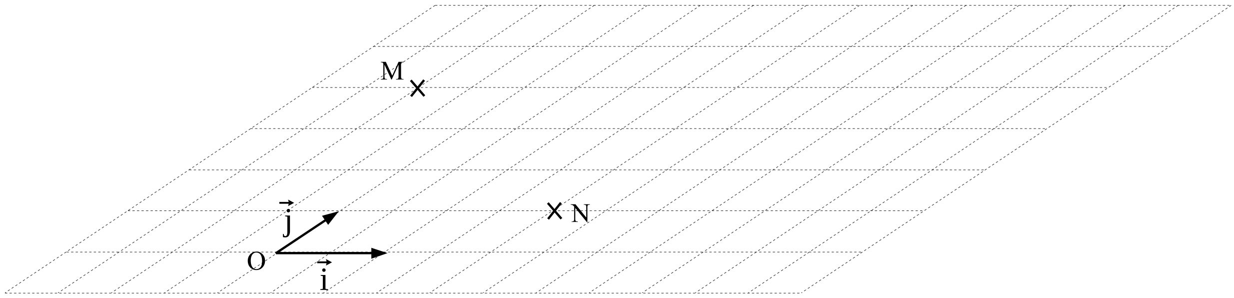
Nom :

I) Dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ ci-dessous :

1) Donner sans justifier les coordonnées des points M et N.
2) Placer les points $A\left(-\frac{1}{2}\ ;\ 2\right)$, $B(2\ ;\ -1)$, $C\left(\frac{5}{2}\ ;\ 2\right)$.
3) Placer les points D et E tels que ABCD soit un parallélogramme de centre E.
4) Déterminer par le calcul les coordonnées de D, puis celles de E.



II) Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points suivants :

$A(-2;3)$, $M\left(\frac{3}{2};1\right)$, $B(2;5)$ et $T(1;-3)$

1) Quelle est la nature du triangle ABM ? Justifier.
2) Démontrer que M est le milieu de [BT].
3) Calculer les coordonnées de C, symétrique de A par rapport au point M.
4) En utilisant la géométrie du collège, déterminer la nature du quadrilatère ABCT.

III) Résoudre dans ℝ :

$(E_1):(9x^2+12x+4)-5x(3x+2)+8-18x^2=0$

$(E_2):(2x-1)^2+(2x+1)^2=1$

$(E_3): x+3=\dfrac{(x-4)^2}{x-2}$

$(E_4): \dfrac{x^2-8}{(x-2)(x-3)}=\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{1}{x-2}$

IV) Dans l'algorithme ci-dessous, *x* est un réel positif et E(*x*) désigne la partie entière de *x* (c'est à dire la partie de *x* qui est avant la virgule. Ex : E(2,35) = 2 ; E(0,286) = 0 ; E(456,2)=456)

```
Lire x.
E(x) → n
Si x – n ≥ 0,5
        Afficher n + 1
Sinon
        Afficher n
Fin Si
```

1) Sans justifier, compléter le tableau ci-dessous qui donne la valeur affichée par l'algorithme en fonction de la valeur de *x* entrée :

valeur de *x*	4,5	4,49	4,9	4	161,2	161,7
valeur affichée						

2) Que semble faire cet algorithme ? (pas de justification demandée)
3) En réfléchissant un peu, on peut écrire un algorithme de seulement 2 lignes qui fait la même chose ! Avez-vous une idée ?

V) En expliquant la méthode utilisée, calculer : $A=9876543218\times9876543210-9876543214^2$.

BARÈME PROBABLE : I) 3,5pts II) 6pt III) 6pts IV) 3pts V) 1,5pts

I) 1) Montrer que pour tout réel x, on a : $-4x^2+2x+12=(2x+3)(4-2x)$.

2) Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{1}{-4x^2+2x+12}$

a) Déterminer l'ensemble de définition Df de la fonction f.

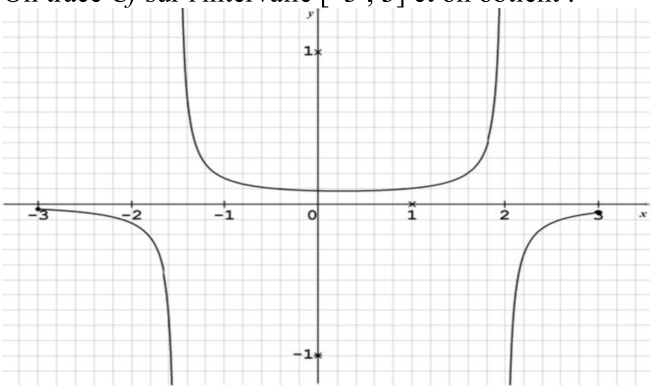
b) Calculer, si elles existent, les images par f de : -1 ; $-\dfrac{3}{2}$ et $\sqrt{2}$.

c) Déterminer les éventuels antécédents par f de : $\dfrac{4}{49}$.

3) Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$. Cf est la courbe représentative de f dans ce repère.

Les points $A\left(1;\dfrac{1}{10}\right)$ et $B\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{25}\right)$ appartiennent-ils à Cf ? Justifier.

4) On trace Cf sur l'intervalle [–3 ; 3] et on obtient :



a) Déterminer graphiquement les éventuels antécédents de $-\dfrac{2}{5}$ par f.

b) Résoudre graphiquement (en traçant une droite sur le graphique ci-contre) l'équation : (E_1) : $f(x) = 1$.

c) **Question bonus :** Retrouver, par le calcul, les solutions de (E_1).

II) **Partie A :** Voici un programme en langage naturel :

Variables X est un réel de $[2-\sqrt{17};2+\sqrt{17}]$
U, V et W sont des réels
Entrée des données
Saisir X.
Traitement des données
U prend la valeur de $\sqrt{(17-(X-2)^2)}$
V prend la valeur de 5 – U
W prend la valeur de 5 + U
Sortie Afficher V et W

A l'aide d'un tableau, préciser les valeurs que prennent les différentes variables ainsi que ce qu'affiche en sortie cet algorithme pour chacune des valeurs de X suivantes :
X = 3
X = –2
X = 1

Partie B : Dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1 cm, on considère les points A(–2 ; 6) et B(6 ; 4).

1) Faire une figure sur du papier millimétré que l'on complétera au fur et à mesure.
2) On trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre I et de diamètre [AB].
Déterminer les coordonnées du centre de ce cercle ainsi que son rayon.
3) On considère les points C(1 ; y_C) et D(1 ; y_D) où y_C et y_D sont les deux valeurs affichées à la sortie du programme de la partie A lorsqu'on saisit X = 1. ($y_C < y_D$)
a) Justifier rapidement que $y_C = 1$ et $y_D = 9$.
b) En déduire les longueurs de [IC] et [ID].
c) Que peut-on dire des points C et D ? Justifier.
d) Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.
4) Dans cet exercice, à quoi semblent correspondre les valeurs renvoyées par le programme de la partie A ?

III) Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A(–3 + x ; 1) et B(3 ; 2x – 1) où x est un réel.

1) Soit I le milieu du segment [AB]. Déterminer les coordonnées de I en fonction de x.
2) Déterminer en fonction de x, les coordonnées de D telles que OADB soit un parallélogramme.
3) Déterminer la (ou les) valeur(s) de x telle(s) que le triangle OAB soit isocèle en O.

BAREME PROBABLE : I) 8pts II) 7,5pt III) 4,5pts

2^C Composition de mathématiques 2h calculatrice autorisée 18X10

I) Dans un repère orthonormal (*O* ; *I* ; *J*), on donne les points $A(-1; 1)$, $B(3; 1)$ et $C(-1; 3)$.

1) Déterminer la nature du triangle *ABC*.
2) Calculer les coordonnées du milieu *M* de [*AC*].
3) Calculer les coordonnées de *D* symétrique de *B* par rapport à *M*.
4) Déterminer la nature du quadrilatère *ABCD*.

II)Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

$(E_1): 9(x-7)^2=(1-2x)^2$ $(E_2): \sqrt{2}x+\sqrt{3}=\sqrt{2}(x+7)+\sqrt{3}-7\sqrt{2}$

$(E_3): \dfrac{2x-3}{x+1}=\dfrac{2x+3}{x-2}$ $(E_4): -2x^2+12x=-14$

III)Dans un repère orthonormé (*O* ; *I* ; *J*), on donne les points $A(-3+x\ ;\ 1)$ et $B(3\ ;\ 2x-1)$ avec $x \in \mathbb{R}$.

1) Sur une même figure, et en utilisant 3 couleurs différentes, placer les points *A* et *B* pour $x = 0$, $x = 2$ et enfin $x = -2$.
2) Calculer les longueurs *OA*, *OB* et *AB* en fonction de *x*.
3) Pour quelles valeurs de *x* le triangle *AOB* est-il isocèle en *O* ?
4) Pour quelles valeurs de *x* les droites (*OA*) et (*OB*) sont-elles perpendiculaires ?

IV)*ABC* est un triangle isocèle en *A* (qui peut être aplati) tel que $AB = AC = 8$ cm et $BC = x$ cm.
Soit *I* le pied de la hauteur issue de *A*. On note alors *f* la fonction qui à *x* associe l'aire du triangle *ABC*.

1) Quel est l'ensemble de définition de *f* ?
2) Dans le cas où $BC = 4$ cm, montrer que l'aire de *ABC* est alors de $4\sqrt{15}\,cm^2$.
3) On se place maintenant dans le cas général : montrer que pour tout *x* de D_f : $f(x)=\dfrac{x}{4}\sqrt{256-x^2}$
4) A l'aide d'une calculatrice, donner un arrondi au centième des images de 3,5 ; 5 et 10.
5) Tracer la représentation graphique de la fonction *f* dans un repère orthogonal (*O* ; *I* ; *J*) tel que $OI = 1$ cm et $OJ = 0{,}2$ cm.
6) Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant 20$.
7) D'après ce graphique, en quelle valeur x_0 la fonction semble-t-elle atteindre son maximum ?
   On arrondira au dixième.
8) On cherche à trouver la valeur exacte de x_0. Pour cela, on appelle *H* le pied de la hauteur du triangle *ABC* issue de *B* et on trace le cercle c de rayon [*AC*] et de centre *A*.
   a) *B* appartient-il à c ?
   b) Montrer que Aire(*ABC*) = $4\times BH$
   c) L'aire de *ABC* est donc maximale quand la longueur *BH* est maximale. Quelle est alors la position de B sur le cercle ? En déduire la valeur exacte de x_0.

BAREME PROBABLE : I) 3 pts II) 4 pts III) 5 pts IV) 8 pts