

DIVISIONS

I) DIVISION EUCLIDIENNE

1) Activité

Paul a 54 œufs. Combien de boites de 12 œufs peut-il remplir ?
Lui restera-t-il des œufs après avoir rempli les boites ?

Méthode A : Avec des soustractions répétées

$$\begin{array}{l} 1^{\text{ère}} \text{ boite :} \quad 54 - 12 = 42 \\ 2^{\text{ème}} \text{ boite :} \quad 42 - 12 = \end{array}$$

Paul peut donc remplir boites de 12 œufs et il lui restera œufs.

Méthode B : Avec une division posée

$$\begin{array}{r} 54 \quad | \quad 12 \\ \hline \end{array}$$

Le quotient et le reste trouvés ici sont-ils cohérents avec la conclusion de la méthode A ?

2) Définition

Effectuer la division euclidienne (ou entière) d'un nombre entier appelé « dividende » par un autre nombre entier appelé « diviseur » et qui doit être non nul, c'est trouver deux nombres entiers appelés « quotient » et « reste », vérifiant :

$$\text{dividende} = (\text{diviseur} \times \text{quotient}) + \text{reste} \quad \text{avec} \quad \text{reste} < \text{diviseur}$$

Lors d'une division posée, on a :

dividende |



Ex 1 : Division entière de 147 par 11

$$\begin{array}{r|l} 147 & 11 \\ \hline & \end{array}$$

Donc on a : $147 =$

avec : $<$

Remarques :

- Si on veut partager 147 bonbons par paquets de 11 bonbons.
Combien de paquets peut-on faire ?
Combien de bonbons reste-t-il après ce partage ?
- Si on veut partager 147 bonbons en 11 paquets de même taille.
Combien de bonbons peut-on mettre par paquet ?
Combien de bonbons reste-t-il après ce partage ?
- Le diviseur doit toujours être différent de 0 car partager en paquets de 0 unités n'a pas de sens. Partager en 0 paquets non plus.
- La division euclidienne peut être interprétée comme une soustraction répétée du dividende par le diviseur. Cf méthode A du 1) ci-dessus.

Ex 2 : Soit l'égalité $165 = 18 \times 8 + 21$

On partage ici 165 en 8 paquets de unités. Il reste alors unités.

Peut-on proposer un partage plus astucieux ?

Oui, car ici, le reste est plus grand que le

II) MULTIPLES ET DIVISEURS

1) Définition 1

Les multiples d'un entier sont les produits de cet entier par 0, 1, 2, 3 ...

Ex :

Les multiples de 3 sont :	0	3	6	9
	3×0	3×1	3×2	3×3

2) Définition 2

Si le reste de la division d'un entier a par un entier b est nul, on dit que :

- a est un « multiple » de b
- a est « divisible » par b
- b est un « diviseur » de a

Ex 1 : $408 = 12 \times 34 + 0$

est un multiple de

est un diviseur de

est divisible par

Ex 2 : Donner tous les diviseurs de 10 :

3) Critères de divisibilité

Un nombre est divisible:

- par 2 s'il est pair.
- par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- par 4 si le nbre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- par 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5.
- par 6 s'il est divisible à la fois par 2 et par 3.
- par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- par 10 si son dernier chiffre est 0.

Ex : 180 est divisible :

- par 2 puisqu'il est
- par 3 puisque la somme de ses chiffres est qui est divisible par
- par 4 puisque est divisible par 4.
- par 5 puisque son dernier chiffre est
- par 6 puisqu'il est divisible à la fois par
- par 9 puisque la somme de ses chiffres est qui est divisible par
- par 10 puisque son dernier chiffre est

III) DIVISION DÉCIMALE

1) Activité

Paul a 54g d'amandes à répartir sur 12 macarons.

Cela fait combien de grammes par macaron ? (Il ne veut aucun reste !)

$$\begin{array}{r} 54 \quad | \quad 12 \\ \hline \end{array}$$

Donc on a : $54 \div 12 =$

Ici, on cherche à avoir un reste nul quitte à ce que le quotient soit un nombre décimal.

On parle alors de « division décimale » et on a les égalités :

- $\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient}$
- $\text{quotient} = \text{dividende} \div \text{diviseur}$

2) Méthode de calcul :

- Si besoin, on transforme le diviseur en nombre entier.
- Dès que l'on atteint la partie décimale du dividende, on place la virgule sur le quotient.
- Soit on finit par obtenir un reste égal à zéro et on arrête la division. Soit la division ne se termine jamais et on donne alors une valeur approchée du quotient.

Ex : $352,16 \div 6,2$

$$\begin{array}{r} 352,16 \quad | \quad 62 \\ \hline \end{array}$$

Donc on a : $352,16 \div 6,2 =$